مذكرة
الجبر
الوحدة الأولى: الأعداد النسبية
الصف الأول الإعدادى
الفصل الدراسي الأول ٢٠٢٠
ذاكرولي
www.zakrooly.com
تابع جديد ذاكرولي على موقعنا
https://www.zakrooly.com

الأعداد النسبية

تعريف العدد النسبى :-

هو العدد الذى يمكن وضعه على صورة كسر أعتيادى بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوى الصفر

هو العدد الذى يمكن وضعه على صورة $\frac{أ}{ب}$ حيث أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ ٠

ويسمى أ ، ب حدى العدد النسبى كما يُسمى أ بسط العدد ، ب مقام العدد

مجموعة الاعداد النسبية ن :-

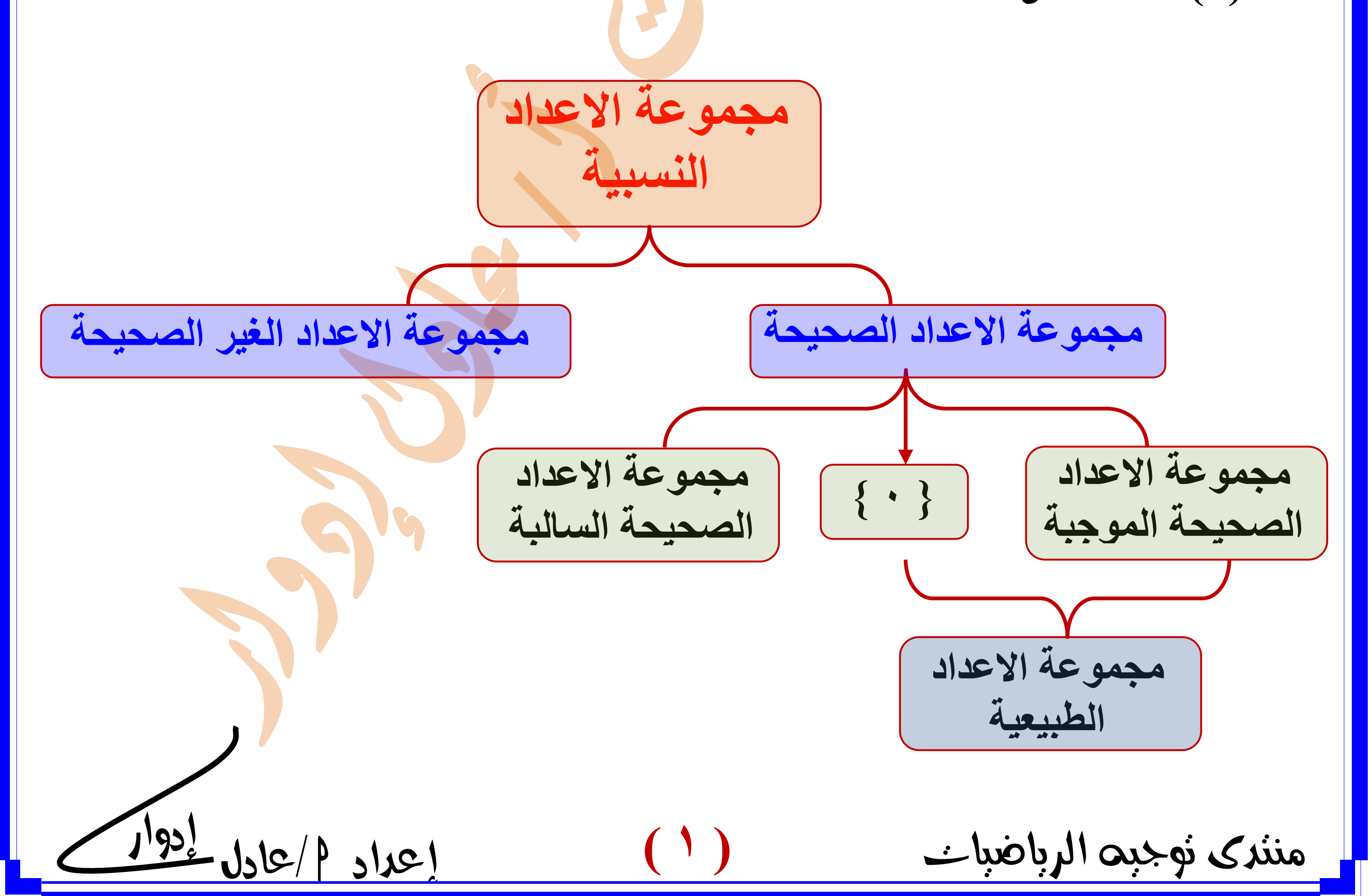
ن = { $\frac{أ}{ب}$: أ ، ب ∈ ص ، ب ≠ صفر }

أو ن = { $\frac{أ}{ب}$: أ ∈ ص ، ب ∈ ص* }

ملاحظات :-

(١) كل عدد صحيح هو عدد نسبى مقامه = ١ أى أن ص ⊂ ن

(٢) ط ⊂ ص ⊂ ن



مثـــــال : بين أيا من الاعداد الاتية يعبر عن عدد نسبى وأيها لا يعبر عن عدد نسبى

(١) $\frac{٣}{٥}$　　(٢) $\left|\frac{-٤}{٧}\right|$　　(٣) ٥　　(٤) $\frac{\text{صفر}}{٣}$　　(٥) $\frac{٥}{\text{صفر}}$

الحـــــل

(١) العدد $\frac{٣}{٥}$ عدد نسبى لان بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوى صفر

(٢) العدد $\left|\frac{-٤}{٧}\right|$ عدد نسبى لان بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوى صفر

(٣) العدد ٥ عدد نسبى لان بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوى صفر

(٤) العدد $\frac{\text{صفر}}{٣}$ عدد نسبى لان بسطه ومقامه أعداد صحيحة ومقامه لا يساوى صفر

(٥) العدد $\frac{٥}{\text{صفر}}$ عدد غير نسبى لان مقامه يساوى صفر

مجموعة الاعداد النسبية

ملاحظات

(١) العدد $\frac{٣}{س - ٢}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت $س \neq ٢$

(٢) العدد $\frac{٣}{س + ٢}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت $س \neq -٢$

(٣) العدد $\left|\frac{٥}{س}\right|$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س $\neq$ صفر

(٤) العدد $\frac{٧}{٥س}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت س $\neq$ صفر

(٥) العدد $\frac{٤}{٢س - ٣}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت $س \neq \frac{٣}{٢}$

(٦) العدد $\frac{٤}{٢س + ٣}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت $س \neq \frac{-٣}{٢}$

(٧) العدد $\frac{٥}{س - ص}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت $س \neq ص$

(٨) العدد $\frac{٥}{س + ص}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كانت $س \neq -ص$

ملاحظة : العدد النسبى يساوى صفر إذا كان بسطه يساوى صفر

فمثلا(١) العدد $\frac{س - ٢}{٣}$ يساوى صفر إذا كانت س = ٢

(٢) العدد $\frac{س + ٢}{٣}$ يساوى صفر إذا كانت س = -٢

(٣) العدد $\frac{س}{٥}$ يساوى صفر إذا كانت س = صفر

(٤) العدد $\frac{-٤س}{٧}$ يساوى صفر إذا كانت س = صفر

(٥) العدد $\frac{|٣س - ٥|}{٢}$ يساوى صفر إذا كانت س = $\pm\frac{٥}{٣}$

(٦) العدد $\frac{س - ص}{٣}$ يساوى صفر إذا كانت س = ص

مثـــال : بين أيا من الاعداد الاتية يعبر عن عدد صحيح وأيها لا يعبر عن عدد صحيح

(١) $\frac{١٠}{٥}$ (٢) $\frac{صفر}{٣}$ (٣) $\frac{٢}{٦}$ (٤) $\frac{|-٣٠|}{٦}$

الحـــل

(١) العدد $\frac{١٠}{٥}$ يعبر عن عدد صحيح بسطه يقبل القسمة على مقامه ($\frac{١٠}{٥}$ = ٢)

(٢) العدد $\frac{صفر}{٣}$ يعبر عن عدد صحيح بسطه يقبل القسمة على مقامه ($\frac{٠}{٣}$ = ٠)

(٣) العدد $\frac{٢}{٦}$ لا يعبر عن عدد صحيح بسطه لا يقبل القسمة على مقامه ($\frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$)

(٤) العدد $\frac{|-٣٠|}{٦}$ يعبر عن عدد صحيح بسطه يقبل القسمة على مقامه ($\frac{٣٠}{٦}$ = -٥)

كتابة العدد النسبى بعدد غير منته من الصور

* العدد النسبى لا تتغير قيمته إذا ضرب بسطه ومقامه فى عدد ثابت لا يساوى صفر

* العدد النسبى لا تتغير قيمته إذا ضرب بسطه ومقامه فى عدد ثابت لا يساوى صفر

أى أن (١) $\frac{أ}{ب} = \frac{أ \times جـ}{ب \times جـ}$ (٢) $\frac{أ}{ب} = \frac{أ \div جـ}{ب \div جـ}$

فمثلا $\frac{٤}{٥} = \frac{٨}{١٠} = \frac{١٢}{١٥} = \frac{٢٠}{٢٥} = \frac{٢٤}{٣٠} = \frac{٢٨}{٣٥} = \frac{٣٢}{٤٠} = \frac{٣٦}{٤٥}$

أكمل كلا مما يأتى

(١) $\frac{٣}{٧} = \frac{٦}{\dots} = \frac{\dots}{٢١} = \frac{١٢}{\dots} = \frac{\dots}{٣٥} = \frac{-١٢}{\dots} = \frac{\dots}{٤٢} = \frac{٢١}{\dots} = \frac{\dots}{٥٦}$

(٢) $\frac{|-٢|}{٣} = \frac{٤}{\dots} = \frac{\dots}{٩} = \frac{٨}{\dots} = \frac{\dots}{١٥} = \frac{\dots}{٢١} = \frac{١٦}{\dots} = \frac{\dots}{٢٧} = \frac{٢٠}{\dots}$

(٣) $\frac{٦}{٨} = \frac{\dots}{١٢} = \frac{١٢}{\dots} = \frac{\dots}{٢٠} = \frac{١٨}{\dots} = \frac{\dots}{٢٨} = \frac{٢٤}{\dots} = \frac{\dots}{٣٦} = \frac{٣}{\dots}$

(٤) $\frac{١}{٥} = \frac{٢}{\dots} = \frac{\dots}{١٥} = \frac{-٣}{\dots} = \frac{\dots}{٢٠} = \frac{٥}{\dots} = \frac{\dots}{٣٠} = \frac{٧}{\dots} = \frac{\dots}{٤٠}$

(٥) $\frac{-٤}{٣} = \frac{٤}{\dots} = \frac{\dots}{١٥} = \frac{١٢}{\dots} = \frac{-١٦}{\dots} = \frac{\dots}{٣٠} = \frac{-٣٢}{\dots} = \frac{\dots}{١٥٠} = \frac{٤٠٠}{\dots}$

مثـــال : أكتب ثلاث أعداد نسبية تعبر عن العدد $\frac{|-١٦|}{٢٨}$

الحـــل

العدد $\frac{|-١٦|}{٢٨} = \frac{١٦}{٢٨} = \frac{٤}{٧} = \frac{٨}{١٤} = \frac{١٢}{٢١}$

مثـــال :إذا كانت: ب = ٢ ، جـ = -٣ بين أيا من الاعداد الاتية نسبى وأيها غير نسبى

(أ) $\frac{\text{ب} - ٢}{}$ → $\frac{٥}{\text{ب} - ٢}$ (ب) $\frac{|-٧|}{\text{ب} + ٢}$ (جـ) $\frac{١}{\text{جـ} + ٣}$ (د) $\frac{٣\text{ب} + ٢\text{جـ}}{٣}$

الحـــل

(أ) العدد $\frac{٥}{\text{ب} - ٢} = \frac{٥}{٢ - ٢} = \frac{٥}{٠}$ العدد غير نسبى لأن المقام = ٠

(ب) العدد $\frac{|-٧|}{\text{ب} + ٢} = \frac{٧}{٢ + ٢} = \frac{٧}{٤}$ العدد نسبى بسط ∈ ص، المقام ∈ ص*

(جـ) العدد $\frac{١}{\text{جـ} + ٣} = \frac{١}{-٣ + ٣} = \frac{١}{٠}$ العدد غير نسبى لأن المقام = ٠

(د) العدد $\frac{٣\text{ب} + ٢\text{جـ}}{٣} = \frac{٦ - ٦}{٣} = \frac{٠}{٣}$ العدد نسبى بسط ∈ ص، المقام = ٣

تدريب :أكمل

١- العدد $\frac{١٠}{٢}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

٢- العدد $\frac{٦}{١٠}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

٣- العدد $\frac{٨}{٦}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

٤- العدد $\frac{-٦}{٣}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

٥- العدد $\frac{٢}{٦}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

٦- العدد $\frac{٠}{٥}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

٧- العدد $\frac{٢٤}{-٥}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

٨- العدد $\frac{-١٥}{١٥}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

٩- العدد $\frac{-٣٥}{٧}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

١٠- العدد $\frac{٤}{٨}$ يعبر عن عدد (صحيح – غير صحيح) لان ....

مثـــال : أكمل كلا مما يأتى

(١) $\frac{٣}{٤} = \frac{-٦}{......} = \frac{......}{١٢} = \frac{١٢}{......} = \frac{......}{٢٠} = \frac{-١٢}{......} = \frac{......}{٢٤} = \frac{٢١}{......} = \frac{......}{٣٢}$

(٢) $\frac{٢}{٥} = \frac{٤}{......} = \frac{......}{١٥} = \frac{٨}{......} = \frac{......}{٢٥} = \frac{١٢}{......} = \frac{......}{٣٥} = \frac{١٦}{......} = \frac{......}{٤٥}$

(٣) $\frac{٣}{٢} = \frac{......}{٦} = \frac{١٢}{......} = \frac{......}{١٠} = \frac{١٨}{......} = \frac{......}{١٤} = \frac{٢٤}{......} = \frac{......}{١٨} = \frac{٣٠}{......}$

(٤) $\frac{٦}{٥} = \frac{|١٢|}{......} = \frac{......}{١٥} = \frac{١٨}{......} = \frac{......}{٢٠} = \frac{......}{٣٠} = \frac{٤٢}{......} = \frac{......}{٤٠} = \frac{٥٤}{......}$

(٥) $\frac{-٢}{٣} = \frac{٤}{......} = \frac{......}{١٥} = \frac{١٠}{......} = \frac{......}{-٢١} = \frac{-١٨}{......} = \frac{......}{٣٠} = \frac{-٥٠}{......} = \frac{......}{١٥٠}$

تمارين على مجموعة الاعداد النسبية

[١] بين أيا من الأعداد الاتية نسبى وأيها غير نسبى

١ـ العدد $\frac{٧}{٥}$ (عدد ....)
٢ـ العدد $\frac{-٤}{٣}$ (عدد ....)

٣ـ العدد $\frac{٥}{-٧}$ (عدد ....)
٤ـ العدد $\frac{٠}{٥}$ (عدد ....)

٥ـ العدد ٧ (عدد ....)
٦ـ العدد $٢\frac{١}{٥}$ (عدد ....)

٧ـ العدد ـ٥ (عدد ....)
٨ـ العدد صفر (عدد ....)

٩ـ العدد $\frac{٣}{٠}$ (عدد ....)
١٠ـ العدد $\frac{-٤}{-٣}$ (عدد ....)

[٢] أكمل

١ـ العدد $\frac{س + ٢}{س}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كان س ≠ ....

٢ـ العدد $\frac{-٤}{س + ٣}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كان س ≠ ....

٣ـ العدد $\frac{٤}{٣س+٢}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كان س ≠ ....

٤ـ العدد $\frac{٧}{|٥ - س|}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كان س ≠ ....

٥ـ العدد $\frac{س - ٢}{س + ٤}$ يعبر عن عدد نسبى إذا كان س ≠ ....

٦ـ العدد $\frac{س - ٢}{٥}$ يساوى صفر إذا كانت س = ...

٧ـ العدد $\frac{٤ - س}{س + ٣}$ يساوى صفر إذا كانت س = ...

٨ـ العدد $\frac{أ}{ب}$ ∈ ن إذا كانت ب ∈ ....

٩ـ العدد $\frac{س+١}{س+٥}$ ∈ ن إذا كانت س ∈ ....

١٠ـ العدد $\frac{س}{٣س - ١٢}$ ∈ ن إذا كانت س ∈ ....

العدد النسبى الموجب والسالب

العدد النسبى $\frac{أ}{ب}$ يكون

(١) موجباً إذا كان : أ ب > ٠   يعنى إذا كان حديه متفقان فى الاشارة

(٢) سالباً إذا كان : أ ب < ٠   يعنى إذا كان حديه مختلفان فى الاشارة

ملاحظة هامة :-

(١) $\frac{-أ}{ب} = -\frac{أ}{ب}$ (٢) $\frac{أ}{-ب} = -\frac{أ}{ب}$ (٣) $\frac{-أ}{-ب} = \frac{أ}{ب}$

مثـــال : بين أيا من الاعداد الاتية موجب وأيها سالب وأيهما لا موجب ولا سالب

(١) $\frac{-٣}{٤}$ (٢) $\frac{٣}{٥}$ (٣) $\frac{|-٧|}{-٥}$ (٤) $\frac{-٦}{-٧}$ (٥) $\frac{صفر}{|٤|}$

الحـــل

(١) العدد $\frac{-٣}{٤}$ يكون سالباً لان (-٣ × ٤ = -١٢ < ٠)

(٢) العدد $\frac{٣}{٥}$ يكون موجبا لان (٣ × ٥ = ١٥ > ٠)

(٣) العدد $\frac{|-٧|}{-٥}$ يكون سالباً لان (|-٧| × -٥ = -٣٥ < ٠)

(٤) العدد $\frac{-٦}{-٧}$ يكون موجبا لان (-٦ × -٧ = ٤٢ > ٠)

(٥) العدد $\frac{صفر}{|٤|}$ يكون لا موجبا ولا سالباً لان (صفر × ٤ = صفر)

تمارين على العدد النسبى الموجب والسالب

بين أيا من الأعداد النسبية الأتية موجب وأيها سالب

(١) $\frac{٣}{٥}$ (عدد ....)   (٢) $\frac{|-٣|}{٤}$ (عدد ....)

(٣) $\frac{-٥}{-٧}$ (عدد ....)   (٤) $\frac{٠}{٣}$ (عدد ....)

(٥) $\frac{٠}{-٥}$ (عدد ....)   (٦) $\frac{٥}{-٦}$ (عدد ....)

(٧) $\frac{-٣أ^٢}{٥}$ (عدد ....)   (٨) $\frac{-٥}{|س|}$ حيث س ∈ ص- (عدد ....)

تساوى عددين نسبيين

يتساوى العددان النسبيان إذا كانتا صورتين مختلفتين لنفس العدد

فمثلا العددان $\frac{٦}{٨}$ ، $\frac{٩}{١٢}$ متساويان لان

$\frac{٦}{٨} = \frac{٦ \div ٢}{٨ \div ٢} = \frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٩}{١٢} = \frac{٩ \div ٣}{١٢ \div ٣} = \frac{٣}{٤}$

ملاحظة : يمكن أثبات أن العددان $\frac{٦}{٨}$ ، $\frac{٩}{١٢}$ متساويان

حاصل ضرب الطرفين = ٦ × ١٢ = ٧٢ ، حاصل ضرب الوسطين = ٨ × ٩ = ٧٢

مثـــال : هل العددان $\frac{|-١٢|}{١٨}$ ، $\frac{١٨}{٢٧}$ متساويان أم لا

الحـــل

$\frac{|-١٢|}{١٨} = \frac{١٢}{١٨} = \frac{١٢ \div ٦}{١٨ \div ٦} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١٨}{٢٧} = \frac{١٨ \div ٩}{٢٧ \div ٩} = \frac{٢}{٣}$

العددان صوتين مختلفتين للعدد $\frac{٢}{٣}$ ∴ العددان متساويان

مثـــال : هل العددان $\frac{٦}{٩}$ ، $\frac{٢٠}{٢٤}$ متساويان أم لا

الحـــل

$\frac{٦}{٩} = \frac{٦ \div ٦}{٩ \div ٦} = \frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٢٠}{٢٤} = \frac{٢٠ \div ٤}{٢٤ \div ٤} = \frac{٥}{٦}$

العددان بعد الاختصار يساويان عددان مختلفان ∴ العددان غير متساويان

مثـــال : إذا كان $\frac{س}{٦} = \frac{٨}{١٢}$ أوجد قيمة س

الحـــل

∵ العددان متساويان ∴ حاصل ضرب الطرفين = حاصل ضرب الوسطين

⇐ س × ١٢ = ٦ × ٨ ⇐ ١٢س = ٤٨ ∴ س = $\frac{٤٨}{١٢}$ = ٤

مثـــال : أوجد النسبة $\frac{س}{ص}$ فى كلا من الحالات الاتية

(أ) ٤س = ٥ص   (ب) ٤ س – ٧ ص = ٠   (ج) ٧س – ٢ص = ٤ص

(أ) ٤ س = ٥ ص　　∴ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٥}{٤}$

(ب) ٤ س = ٧ ص　　∴ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٧}{٤}$

(جـ) ٧س = ٤ ص + ٢ ص ⟸ ٧ س = ٦ص　　∴ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٦}{٧}$

مثـــال : أوجد النسبة $\frac{\text{س}}{\text{ص}}$ فى كلا من الحالات الاتية

(أ) ٧ س + ٢ ص = ٦ص + ٤ ص　　(ب) $\frac{٣\ \text{س}}{٥\ \text{ص}} = ١$　　(جـ) $\frac{٣\text{س} + ٢\text{ص}}{\text{س} - \text{ص}} = ٠$

الحـــــل

(أ) ٧س ـ ٤ س = ٦ ص ـ٢ص ⟸ ٣ س = ٤ ص　　∴ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٤}{٣}$

(ب) ٣ س = ٥ ص　　∴ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{٥}{٣}$

(جـ) البسط =٣س+ ٢ ص =٠ ⟸ ٣ س = ـ ٢ص　　∴ $\frac{\text{س}}{\text{ص}} = \frac{-٢}{٣}$

مثـــال : أوجد العدد الذى إذا أضيف إلى حدى النسبة ٥ : ٢ فإنها تصبح ٣ : ٢

الحـــــل

نفرض أن العدد = س ⟸ $\frac{٥ + \text{س}}{٢ + \text{س}} = \frac{٣}{٢}$

٣ (٢ + س) = ٢ (٥ + س) ⟸ ٦ + ٣ س = ١٠ + ٢ س

٣س ـ ٢ س = ١٠ ـ ٦ ⟸ س = ٤　　∴ العدد = ٤

مثـــال :أوجد العدد الذى إذا طرح من حدى النسبة ١٣ : ١٧ فإنها تصبح ٢ : ٣

الحـــــل

نفرض أن العدد = س ⟸ $\frac{١٣ - \text{س}}{١٧ - \text{س}} = \frac{٢}{٣}$

٣ (١٣ - س) = ٢ (١٧ - س) ⟸ ٣٩ ـ ٣ س = ٣٤ ـ ٢ س

ـ ٣س +٢ س = ٣٤ ـ ٣٩ ⟸ ـ س = ـ ٥　　∴ العدد س = ٥

تمارين على تساوى عددين نسبيين

[١] أكمل كلا مما يأتى

(١) إذا كان ٩س = ٥ ص فإن $\frac{س}{ص}$ = ...

(٢) إذا كان ٣س – ٢ ص = ٥ ص فإن $\frac{س}{ص}$ = ...

(٣) إذا كان ٣س = ٥ ص – س فإن $\frac{س}{ص}$ = ...

(٤) إذا كان ٥س + ص = ٥ ص – س فإن $\frac{س}{ص}$ = ...

(٥) إذا كان ٣س – ٢ ص = ٥ ص + س فإن $\frac{س}{ص}$ = ...

(٦) إذا كان $\frac{٢س}{٣ص} = ١$ فإن $\frac{س}{ص}$ = ...

(٧) إذا كان $\frac{٢س}{٣ص} = \frac{١}{٥}$ فإن $\frac{س}{ص}$ = ...

[٢] أوجد النسبة س : ص فى كلا مما يأتى

(١١) $\frac{٥س - ٢ ص}{٣س + ص} = ١$

(١٢) $\frac{٤ س - ص}{س + ٣ ص} = \frac{٣}{٢}$

(١٣) $\frac{٣س + ص}{٥س + ٧} = \frac{١}{٤}$

(١٤) $\frac{٢ س - ٣ ص}{س - ٢ ص} = \frac{٢}{٥}$

[٣] أكمل

(١) إذا كانت $\frac{١٥}{س} = \frac{٣}{٤}$ فإن س = ...

(٢) إذا كانت $\frac{س}{٣} = \frac{٤}{٦}$ فإن س = ...

(٣) إذا كانت $\frac{٢س + ص}{س} = ٠,٤$ فإن س = ...

(٤) إذا كانت $\frac{٢س - ٣ص}{س + ص} = ١,٤$ فإن س = ...

تمثيل الاعداد النسبية على خط الاعداد

* كل عدد نسبى تمثله نقطة وحيدة على خط الاعداد
* الاعداد النسبية المتساوية تمثلها جميعا نقطة واحدة على خط الاعداد
* الاعداد النسبية الموجبة تمثلها على خط الاعداد نقط تقع على يمين النقطة التى تمثل العدد صفر
* الاعداد النسبية السالبة تمثلها على خط الاعداد نقط تقع على يسار النقطة التى تمثل

تمثيل الاعداد النسبية التى مقامها (٢)

$\frac{-٦}{٢}$ ، $\frac{-٥}{٢}$ ، $\frac{-٤}{٢}$ ، $\frac{-٣}{٢}$ ، $\frac{-٢}{٢}$ ، $\frac{-١}{٢}$ ، $\frac{٠}{٢}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٢}$ ، $\frac{٣}{٢}$ ، $\frac{٤}{٢}$ ، $\frac{٥}{٢}$ ، $\frac{٦}{٢}$

مثـــال: مثل العدد النسبى $\frac{١٧}{٥}$ على خط الاعداد

$\frac{١٧}{٥} = ٣\frac{٢}{٥}$ العدد محصور بين ٣ ، ٤

(خط الأعداد: ٣ ، $\frac{١٥}{٥}$ ، $\frac{١٦}{٥}$ ، $\frac{١٧}{٥}$ ، $\frac{١٨}{٥}$ ، $\frac{١٩}{٥}$ ، $\frac{٢٠}{٥}$ ، ٤)

مثـــال : مثل العدد $\frac{-١٣}{٤}$ على خط الاعداد

$= -٣\frac{١}{٤}$ العدد محصور بين -٣ ، -٤

(خط الأعداد: -٤ ، $\frac{-١٦}{٤}$ ، $\frac{-١٥}{٤}$ ، $\frac{-١٤}{٤}$ ، $\frac{-١٣}{٤}$ ، $\frac{-١٢}{٤}$ ، -٣)

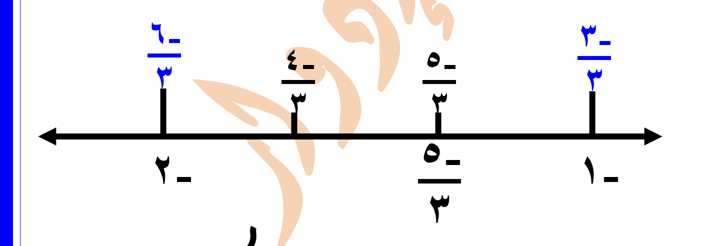
مثـــال : العدد النسبى $\frac{١٧}{٦}$ على خط الاعداد

$\frac{١٧}{٦} = ٢\frac{٥}{٦}$ محصور بين ٢ ، ٣

(خط الأعداد: ٢ ، $\frac{١٢}{٦}$ ، $\frac{١٣}{٦}$ ، $\frac{١٤}{٦}$ ، $\frac{١٥}{٦}$ ، $\frac{١٦}{٦}$ ، $\frac{١٧}{٦}$ ، $\frac{١٨}{٦}$ ، ٣)

مثل العدد $-١\frac{٢}{٣}$ على خط الاعداد

$-١\frac{٢}{٣}$ محصور بين -١ ، -٢



(خط الأعداد: -٢ ، $\frac{-٦}{٣}$ ، $\frac{-٤}{٣}$ ، $\frac{-٥}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٣}$ ، -١)

علاقة أقل من فى ن

أولا : المقارنة بين عددين متحدى المقام

إذا كان $\frac{ا}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ب}$ عددين نسبيين لهما نفس المقام ب حيث $ب > ٠$ فإن

$\frac{ا}{ب} < \frac{جـ}{ب}$ إذا كان $ا < جـ$

فمثلا : -

$\frac{٥}{٤} < \frac{٩}{٤}$ لان $٥ < ٩$ & $\frac{٧}{١٥} > \frac{٤}{١٥}$ لان $٧ > ٤$

ثانيا :- المقارنة بين عددين نسبيين مختلفى المقام

للمقارنة بين عددين نسبيين (أو أكثر) مختلفى المقام يلزم أولا توحيد مقاماتها وجعلهما موجبين ثم نقارن بين البسطين الناتجين

مثـــــال : قارن بين العددين

(ا) $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ (ب) $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{٦}{٩}$

الحــــل

(ا) نقوم بتوحيد مقاماتها

$\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦}$ ، $\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٦}$

$\because \frac{٤}{٦} > \frac{٣}{٦}$ $\therefore \frac{٢}{٣} > \frac{١}{٢}$

(ب) نقوم بوضع العدد $\frac{٦}{٩}$ فى أبسط صورة $\frac{٢}{٣}$

$\frac{٣}{٥} = \frac{٩}{١٥}$ ، $\frac{٦}{٩} = \frac{٢}{٣} = \frac{١٠}{١٥}$

$\because \frac{٩}{١٥} < \frac{١٠}{١٥}$ $\therefore \frac{٣}{٥} < \frac{٦}{٩}$

مثـــــال : رتب الاعداد الاتية ترتيبا تصاعديا $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٨}$

الحــــل

نقوم بتوحيد مقامات الاعداد : بأخذ م . م . ا للمقامات وهو ٢٤

$\frac{٢}{٣} = \frac{١٦}{٢٤}$ ،، $\frac{٣}{٤} = \frac{١٨}{٢٤}$ ،، $\frac{١}{٦} = \frac{٤}{٢٤}$ ،، $\frac{١}{٢} = \frac{١٢}{٢٤}$ ،،، $\frac{١}{٨} = \frac{٣}{٢٤}$

الترتيب حسب البسط : $\frac{٣}{٢٤} < \frac{٤}{٢٤} < \frac{١٢}{٢٤} < \frac{١٦}{٢٤} < \frac{١٨}{٢٤}$

الترتيب التصاعدى $\frac{١}{٨} < \frac{١}{٦} < \frac{١}{٢} < \frac{٢}{٣} < \frac{٣}{٤}$

مثـــال : رتب الاعداد الاتية ترتيبا تنازليا $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{|٥|}{٦}$ ، $\frac{١١}{١٢}$ ، $\frac{٨}{١٥}$ ، $\frac{١٧}{٢٠}$

الحـــــل

نقوم بتوحيد مقامات الاعداد : بأخذ م . م . أ للمقامات وهو ٦٠

$\frac{٣}{٥} = \frac{٣٦}{٦٠}$ ، $\frac{|٥|}{٦} = \frac{٥٠}{٦٠}$ ، $\frac{١١}{١٢} = \frac{٥٥}{٦٠}$ ، $\frac{٨}{١٥} = \frac{٣٢}{٦٠}$ ، $\frac{١٧}{٢٠} = \frac{٥١}{٦٠}$

الترتيب حسب البسط : $\frac{٣٢}{٦٠} < \frac{٣٦}{٦٠} < \frac{٥٠}{٦٠} < \frac{٥١}{٦٠} < \frac{٥٥}{٦٠}$

الترتيب التنازلى $\frac{٨}{١٥} < \frac{٣}{٥} < \frac{|٥|}{٦} < \frac{١٧}{٢٠} < \frac{١١}{١٢}$

مثـــال : رتب الاعداد الاتية ترتيبا تنازليا $٢\frac{١}{٢}$ ، $\frac{-٥}{٤}$ ، $\frac{-٧}{١٢}$ ، $\frac{٤}{٣}$ ، $\frac{٧}{٦}$

الحـــــل

نقوم بتوحيد مقامات الاعداد : بأخذ م . م . أ للمقامات وهو ١٢

$\frac{٥}{٢} = \frac{٣٠}{١٢}$ ، $\frac{-٥}{٤} = \frac{-١٥}{١٢}$ ، $\frac{-٧}{١٢}$ ، $\frac{٤}{٣} = \frac{١٦}{١٢}$ ، $\frac{٧}{٦} = \frac{١٤}{١٢}$

الترتيب حسب البسط : $\frac{-١٥}{١٢} < \frac{-٧}{١٢} < \frac{١٤}{١٢} < \frac{١٦}{١٢} < \frac{٣٠}{١٢}$

الترتيب التنازلى $\frac{-٥}{٤} < \frac{-٧}{١٢} < \frac{١٤}{١٢} < \frac{١٦}{١٢} < \frac{٣٠}{١٢}$

مثـــال : رتب الاعداد الاتية ترتيبا تصاعدياً : $\frac{-٢٤}{١٨}$ ، $\frac{-١٠}{١٥}$ ، $\frac{-١٤}{١٢}$ ، $-٠,٥$

الحـــــل

نضع الأعداد فى أبسط صورة : $\frac{-٢٤}{١٨} = \frac{-٤}{٣}$ ، $\frac{-١٠}{١٥} = \frac{-٢}{٥}$ ، $\frac{-١٤}{١٢} = \frac{-٧}{٦}$ ، $-٠,٥ = \frac{-١}{٢}$

نقوم بتوحيد مقامات الاعداد : بأخذ م . م . أ للمقامات وهو ٣٠

$\frac{-٤}{٣} = \frac{-٤٠}{٣٠}$ ، $\frac{-٢}{٥} = \frac{-١٢}{٣٠}$ ، $\frac{-٧}{٦} = \frac{-٣٥}{٣٠}$ ، $\frac{-١}{٢} = \frac{-١٥}{٣٠}$

$\frac{-١٢}{٣٠} > \frac{-١٥}{٣٠} > \frac{-٣٥}{٣٠} > \frac{-٤٠}{٣٠}$ الترتيب التصاعدى $\frac{-١٠}{١٥}$ ، $-٠,٥$ ، $\frac{-١٤}{١٢}$ ، $\frac{-٢٤}{١٨}$

تمارين على تمثيل الاعداد النسبية على خط الاعداد وعلاقة أقل من فى ن

[١] مثل على خط الاعداد كلا من الاعداد النسبية الاتية

(١) $\frac{٢}{٥}$　(٢) $\frac{١١}{٣}$　(٣) $\frac{١٥}{٤}$　(٤) $\frac{٢٣}{٥}$

(٥) $\frac{-١٣}{٤}$　(٦) $\frac{-١٧}{٥}$　(٧) $\frac{١٠}{٣}$　(٨) $\frac{-١٧}{٤}$

(٩) $١\frac{١}{٣}$　(١٠) $٢\frac{١}{٤}$　(١١) $٣\frac{٢}{٥}$　(١٢) $٤\frac{٥}{٦}$

[٢] ضع مكان النقط (< أو = أو >)

(١) $\frac{٧}{٥}$ .... $\frac{٤}{٣}$　(٢) $\frac{-٣}{٥}$ .... $\frac{-٢}{٣}$　(٣) $\frac{٣}{٥}$ .... $\frac{٢}{٣}$

(٤) $\frac{-٧}{٥}$ .... $\frac{-٥}{٣}$　(٥) $\frac{٧}{٥}$ .... $\frac{٥}{٣}$　(٦) $\frac{-٤}{٣}$ .... $\frac{-٦}{٥}$

(٧) $\frac{٣}{٥}$ .... $\frac{|-٦|}{١٠}$　(٨) $\frac{|-١٣|}{٣}$ .... $\frac{-٦}{٨}$　(٩) $\frac{-١١}{٥}$ .... $\frac{-١٠}{٣}$

[٣] رتب تنازليا كلا من الاعداد الاتية

(١) $\frac{٣}{١٠}$ ، $\frac{٧}{٣٠}$ ، $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{٤}{١٥}$

(٢) $\frac{-١٥}{٢٠}$ ، $\frac{-١٠}{٢٥}$ ، $\frac{-٤}{٢٤}$ ، $\frac{٢}{|٣|}$ ، صفر

[٤] رتب تصاعديا كلا من الاعداد

(١) $\frac{٢}{٣}$ ، $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٤}$

(٢) $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{-٢}{٥}$ ، $\frac{-١}{٣}$ ، $\frac{-٥}{٦}$

كثافة الاعداد النسبية

تتمتع مجموعة الاعداد النسبية بخاصية الكثافة لان بين كل عددين نسبيين يوجد عدد لا نهائى من الاعداد النسبية المحصورة بينهما .

* فكلما تم تكبير المقام لعددين نسبيين كلما ظهرت بينهما أرقام أخرى لم تكن ملاحظة فى الحالة الاولى فمثلا العددان $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٥}$ إذا سألت طالب ما هو العدد المحصور بين هذين العددين سيقول لك لا يوجد بينهما أعداد لان الرقم ٢ الرقم التالى له = ٣

ولكن إذا تم تكبير المقام بضرب حدى العددين فى عدد مثل ٢ سنجد أن العددان أصبحا $\frac{٤}{١٠}$ ، $\frac{٦}{١٠}$ فمن الواضح أن هذان العددان بينهما عدد هو $\frac{٥}{١٠}$

وعند ضرب حدى العددان فى ٣ نجد أن العددان أصبحا $\frac{٦}{١٥}$ ، $\frac{٩}{١٥}$ وهما يحصران بينهما عددان هما $\frac{٧}{١٥}$ ، $\frac{٨}{١٥}$ وهكذا نجد كلما تم تكبير المقام نجد أنه تظهر أعداد كثيرة بين كل عددين نسبيين

مثــال : أدخل عددا نسبيا بين $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$

الحـــل

بتوحيد المقام $\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٦}$ ، $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦}$ بضرب حدى العددان بعد التوحيد فى ٢

$\frac{١}{٢} = \frac{٣}{٦} = \frac{٦}{١٢}$ ، $\frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٦} = \frac{٨}{١٢}$

$\therefore \frac{٨}{١٢} > \frac{٧}{١٢} > \frac{٦}{١٢}$

مثــال : أدخل عددين نسبيين بين $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{١}{٣}$

بتوحيد المقام: $\frac{١}{٣} = \frac{٥}{١٥}$ ، $\frac{٢}{٥} = \frac{٦}{١٥}$ بضرب حدى العددان بعد التوحيد × ٣

$\frac{١}{٣} = \frac{٥}{١٥} = \frac{١٥}{٤٥}$ ، $\frac{٢}{٥} = \frac{٦}{١٥} = \frac{١٨}{٤٥}$

$\therefore \frac{١٨}{٤٥} > \frac{١٧}{٤٥} > \frac{١٦}{٤٥} > \frac{١٥}{٤٥}$

تمارين على كثافة الاعداد النسبية

[١] أدخل عددا نسبيا بين كل زوج من الاعداد الاتية

(١) $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٧}$ (٢) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٥}$ (٣) $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٦}{٧}$

(٤) $\frac{-٣}{٥}$ ، $\frac{-٢}{٣}$ (٥) $\frac{-٢}{٣}$ ، $\frac{-٣}{٤}$ (٦) $\frac{-٢}{٥}$ ، $\frac{-١}{٤}$

(٧) $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٥}{٧}$ (٨) $\left|\frac{-٤}{٥}\right|$ ، $\frac{٥}{٦}$ (٩) $\frac{٣}{٥}$ ، $\frac{١}{٢}$

[٢] أدخل عددين نسبيين بين كل زوج من الاعداد الاتية

(١) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ (٢) $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٣}$ (٣) $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{-٢}{٣}$

(٤) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{٢}{٣}$ (٥) $\frac{١}{٤}$ ، $\frac{١}{٣}$ (٦) $\frac{-٣}{٧}$ ، $\frac{-٢}{٥}$

(٧) $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٥}{٧}$ (٨) $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٤}$ (٩) $\frac{-١}{٤}$ ، $\frac{-٣}{١١}$

[٣] أدخل ثلاث أعداد بين كل زوج من الاعداد الاتية

(١) $\frac{٢}{٥}$ ، $\frac{٣}{٧}$ (٢) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٢}{٥}$ (٣) $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٦}{٧}$

(٤) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{١}{٢}$ (٥) $\frac{١}{٦}$ ، $\frac{١}{٣}$ (٦) $\frac{-٣}{٤}$ ، $\frac{-٢}{٣}$

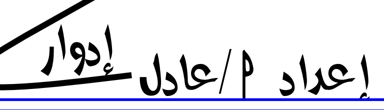
(٧) $\frac{٣}{٤}$ ، $\frac{٥}{٧}$ (٨) $\frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٤}$ (٩) $\frac{-١}{٤}$ ، $\frac{-٣}{١١}$

[٤] أدخل أربعة أعداد نسبية بين كل زوج من الاعداد الاتية

(١) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٧}{٩}$ (٢) $\frac{٢}{٣}$ ، ٠,٥ (٣) $\frac{٢}{٩}$ ، $\frac{١}{٣}$

(٤) $\frac{١}{٢}$ ، $\frac{١١}{١٢}$ (٥) ٠,٣ ، ٠,٤ (٦) $\frac{١}{٣}$ ، $\frac{٤}{٩}$

(٧) $\frac{٥}{٦}$ ، $\frac{٤}{٩}$ (٨) ٠,٢ ، ٠,٣ (٩) $\frac{٤}{١٥}$ ، $\frac{١}{٣}$



العمليات على الاعداد النسبية

أولا جمع الاعداد النسبية :-

(أ) جمع عددين نسبيين متحدى المقام

$$\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{ب} = \frac{أ + جـ}{ب}$$

فمثلاً:

(١) $\frac{١}{٥} + \frac{٢}{٥} = \frac{١+٢}{٥} = \frac{٣}{٥}$

(٢) $\frac{٢}{٧} + \frac{٣}{٧} = \frac{٢+٣}{٧} = \frac{٥}{٧}$

(٣) $١\frac{١}{٣} + ٢\frac{١}{٣} = \frac{٤}{٣} + \frac{٧}{٣} = \frac{١١}{٣}$

(ب) جمع عددين غير متحدى المقام

$$\frac{أ}{ب} + \frac{جـ}{ء} = \frac{أ \times ء + ب \times جـ}{ب\,ء}$$

أمثـلة

(١) $\frac{٢}{٣} + \frac{٤}{٥} = \frac{٢\times٥+٣\times٤}{٣\times٥} = \frac{١٠+١٢}{١٥} = \frac{٢٢}{١٥}$

(٢) $\frac{٤}{٣} + \frac{٥}{٧} = \frac{٤\times٧+٣\times٥}{٣\times٧} = \frac{٢٨+١٥}{٢١} = \frac{٤٣}{٢١}$

(٣) $٢\frac{١}{٣} + ٣\frac{١}{٢} = \frac{٧}{٣} + \frac{٧}{٢} = \frac{٧\times٢+٣\times٧}{٣\times٢} = \frac{١٤+٢١}{٦} = \frac{٣٥}{٦}$

خواص عملية جمع الاعداد النسبية

(١) خاصية الاغلاق :- مجموع أى عددين نسبيين هو عدد نسبى أى أن
(عملية جمع الاعداد النسبية عملية مغلقة)

(٢) خاصية الابدال :-

$أ + ب = ب + أ$ (عملية جمع الاعداد النسبية عملية أبدالية)

(٣) المعكوس الجمعى :-

العدد $\frac{أ}{ب}$ معكوسه الجمعى هو $\frac{-أ}{ب}$ $\frac{أ}{ب} + \frac{-أ}{ب} =$ صفر

ملاحظة :- المعكوس الجمعى للعدد صفر هو صفر

(٤) المحايد الجمعي

الصفر هو العنصر المحايد الجمعى فى ن　　$\text{أ} + \text{صفر} = \text{صفر} + \text{أ} = \text{أ}$

(٥) عملية الدمج :-

$$\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{ء}} + \frac{\text{هـ}}{\text{و}} = \left(\frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \frac{\text{جـ}}{\text{ء}}\right) + \frac{\text{هـ}}{\text{و}} = \frac{\text{أ}}{\text{ب}} + \left(\frac{\text{جـ}}{\text{ء}} + \frac{\text{هـ}}{\text{و}}\right)$$

مثلاً :

$$\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} + \frac{١}{٤} = \left(\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣}\right) + \frac{١}{٤} = \frac{٣+٢}{٦} + \frac{١}{٤} = \frac{٥}{٦} + \frac{١}{٤} = \frac{٢٠+٦}{٢٤} = \frac{٢٦}{٢٤}$$

$$\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣} + \frac{١}{٤} = \frac{١}{٢} + \left(\frac{١}{٣} + \frac{١}{٤}\right) = \frac{١}{٢} + \frac{٤+٣}{١٢} = \frac{١}{٢} + \frac{٧}{١٢} = \frac{١٢+١٤}{٢٤} = \frac{٢٦}{٢٤}$$

مثـــــال : أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية　(أ) $\frac{٣}{٤} + \frac{٧}{٤}$　(ب) $\frac{٣}{٢} + \frac{٧}{٥}$

الحـــــل

(أ) $\frac{٣}{٤} + \frac{٧}{٤} = \frac{٣ + ٧}{٤} = \frac{١٠}{٤}$

(ب) $\frac{٣}{٢} + \frac{٧}{٥} = \frac{٣\times٥ + ٧\times٢}{٢\times٥} = \frac{١٥ + ١٤}{١٠} = \frac{٢٩}{١٠}$

مثـــــال : أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية　(أ) $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٢}$　(ب) $\frac{١}{٥} + \frac{١}{٢} + \frac{٢}{٣}$

الحـــــل

(أ) $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٢} = \frac{٢\times٢ + ١\times٥}{٥\times٢} = \frac{٤ + ٥}{١٠} = \frac{٩}{١٠}$

(ب) $\frac{١}{٥} + \left(\frac{١}{٢} + \frac{٢}{٣}\right) = \frac{١}{٥} + \frac{٣ + ٤}{٦} = \frac{١}{٥} + \frac{٧}{٦} = \frac{١\times٦ + ٧\times٥}{٥\times٦} = \frac{٤١}{٣٠}$

مثـــــال : أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية　(أ) $\frac{٢}{٥} + \frac{-٣}{٥} + \frac{١}{٥}$　(ب) $\frac{٤}{٥} + \frac{-٤}{٥} + \frac{١}{٣}$

الحـــــل

(أ) $\left(\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٥}\right) + \frac{-٣}{٥} = \frac{٣}{٥} + \frac{-٣}{٥} = \text{صفر}$　(إبدال ، دمج ، معكوس جمعى)

(ب) $\left(\frac{٤}{٥} + \frac{-٤}{٥}\right) + \frac{١}{٣} = \text{صفر} + \frac{١}{٣} = \frac{١}{٣}$　(معكوس جمعى ، محايد جمعى)

تمارين على العمليات على الاعداد النسبية

[١] أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية

(١) $\frac{١}{٧} + \frac{٥}{٧}$

(٢) $\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٣}$

(٣) $\frac{٧}{٣} + \frac{١}{٢}$

(٤) $\frac{٥}{٦} + \frac{٧}{٦} + \frac{١}{٦}$

(٥) $\frac{٢}{٧} + \frac{١}{٢} + \frac{٣}{٤}$

(٦) $١ + \frac{٢}{٥}$

(٧) $\frac{٢}{٧} + \frac{-٢}{٧}$

(٨) $\frac{٥}{٦} + \frac{٤}{٣} + \frac{١}{٦}$

(٩) $\frac{١}{٤} + \frac{١}{٥}$

(١٠) $\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٢}$

(١١) $\frac{٣}{٧} + \frac{١}{٢}$

(١٢) $\frac{١}{٥} + \frac{٣}{٢} + \frac{٢}{٣}$

(١٣) $٢\frac{٢}{٣} + ٣\frac{١}{٤}$

(١٤) $٢\frac{٢}{٥} + ١\frac{١}{٣}$

(١٥) $\frac{٢}{٥} + \frac{٣}{٤} + \frac{-٢}{٥}$

(١٦) $\left|-\frac{٥}{٧}\right| + \left|\frac{-١}{٢}\right|$

عملية طرح فى الاعداد النسبية

ثانيا : طرح الاعداد النسبية :-

(أ) طرح عددين نسبيين متحدى المقام

$$\frac{أ}{ب} - \frac{ج}{ب} = \frac{أ - ج}{ب}$$

فمثلآ :

(١) $\frac{٤}{٥} - \frac{٢}{٥} = \frac{٤ - ٢}{٥} = \frac{٢}{٥}$

(٢) $\frac{٥}{٧} - \frac{٢}{٧} = \frac{٥ - ٢}{٧} = \frac{٣}{٧}$

(٣) $٣\frac{١}{٣} + ٢\frac{١}{٣} = ٥\frac{٢}{٣}$

(ب) طرح عددين غير متحدى المقام

$$\frac{أ}{ب} - \frac{ج}{ء} = \frac{أ \times ء - ب \times ج}{ب\,ء}$$

فمثلآ :

(١) $\frac{٢}{٣} - \frac{٤}{٥} = \frac{٢ \times ٥ - ٣ \times ٤}{٣ \times ٥} = \frac{١٠ - ١٢}{١٥} = \frac{-٢}{١٥}$

(٢) $\frac{٤}{٣} - \frac{٥}{٧} = \frac{٤ \times ٧ - ٣ \times ٥}{٣ \times ٧} = \frac{٢٨ - ١٥}{٢١} = \frac{١٣}{٢١}$

(٣) $٢\frac{١}{٣} - ٣\frac{١}{٢} = \frac{٧}{٣} - \frac{٧}{٢} = \frac{٧ \times ٢ - ٣ \times ٧}{٣ \times ٢} = \frac{١٤ - ٢١}{٦} = \frac{-٧}{٦}$

خواص عملية طرح الاعداد النسبية

(١) عملية الطرح فى ن عملية ليست إبدالية
(٢) عملية طرح فى ن مغلقة
(٣) عملية الطرح فى ن ليست دامجة
(٤) لايوجد محايد بالنسبة لعملية الطرح فى ن
(٥) لا يوجد معكوسات بالنسبة لعملية الطرح فى ن

مثـــــال : أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية (أ) $\frac{٢}{٥} - \frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٤}{٥} - \frac{١}{٣}$

الحـــــل

(أ) $\frac{٢}{٥} - \frac{١}{٥} = \frac{٢ - ١}{٥} = \frac{١}{٥}$ ، $\frac{١}{٥} - \frac{٢}{٥} = \frac{١ - ٥}{٥} = \frac{-١}{٥}$

(ب) $\frac{٤}{٥} - \frac{١}{٣} = \frac{٤ \times ٣ - ١ \times ٥}{٥ \times ٣} = \frac{١٢ - ٥}{١٥} = \frac{٧}{١٥}$

مثـــــال : أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية (أ) $\frac{٢}{٧} - \frac{٣}{٤}$ (ب) $\frac{١}{٤} - \frac{١}{٢} + \frac{٢}{٣}$

الحـــــل

(أ) $\frac{٢}{٧} - \frac{٣}{٤} = \frac{٢ \times ٤ - ٣ \times ٧}{٧ \times ٤} = \frac{٨ - ٢١}{٢٨} = \frac{-١٣}{٢٨}$

(ب) $\frac{١}{٢} - (\frac{١}{٤} + \frac{٢}{٣}) = \frac{١}{٢} - \frac{٣ + ٨}{١٢} = \frac{١}{٢} - \frac{١١}{١٢} = \frac{١١}{١٢} - \frac{٦}{١٢} = \frac{٥}{١٢}$

مثـــــال : إذا كان : أ $= \frac{٣}{٥}$ ، ب $= \frac{-٢}{٣}$ ، جـ $= \frac{١}{٤}$ أحسب قيمة أ + ٢ب − ٣جـ

الحـــــل

أ + ٢ب − ٣جـ $= \frac{٣}{٥} + ٢ \times \frac{-٢}{٣} - ٣ \times \frac{١}{٤} = \frac{٣}{٥} - \frac{٤}{٣} - \frac{٣}{٤}$

$= \frac{٣}{٥} - (\frac{٤}{٣} + \frac{٣}{٤}) = \frac{٣}{٥} - \frac{٤ \times ٤ + ٣ \times ٣}{٣ \times ٤} = \frac{٣}{٥} - \frac{٢٥}{١٢} = \frac{٣٦ - ٧٥}{٦٠} = \frac{-٣٩}{٦٠}$

تمارين على طرح الاعداد النسبية

أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية

(١) $\frac{٥}{٦} - \frac{٥}{٦}$　　(٢) $\frac{٣}{٤} - \frac{١}{٥}$

(٣) $\frac{٣}{٢} - \frac{٢}{٣}$　　(٤) $\frac{٣}{٤} - \frac{١}{٣}$

(٥) $\frac{٢}{٥} - \frac{١}{٣}$　　(٦) $\frac{٣}{٥} - \frac{١}{٤}$

(٧) $\frac{١}{٢} - \frac{٧}{٣}$　　(٨) $\frac{٣}{٧} - \frac{٥}{٢}$

(٩) $\frac{١}{٥} + \frac{١}{٢} - \frac{٢}{٣}$　　(١٠) $\frac{٢}{٥} - \frac{١}{٤} + \frac{١}{٣}$

(١١) $\frac{٣}{٤} - \frac{١}{٧} + \frac{٣}{٢}$　　(١٢) $\frac{٢}{٧} + \frac{١}{٢} - \frac{٣}{٤}$

(١٣) $١ - \frac{١}{٦}$　　(١٤) $٢\frac{١}{٤} - \frac{٥}{٤}$

ضرب الاعداد النسبية

إذا كان $\frac{أ}{ب}$ ، $\frac{جـ}{ء}$ عددين نسبيين فإن

$$\frac{أ}{ب} \times \frac{جـ}{ء} = \frac{أ\,جـ}{ب\,ء}$$

مثـــــال : أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية

(أ) $\frac{٢}{٧} \times \frac{٣}{٤}$　　(ب) $\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣}$

الحــــــل

(أ) $\frac{٢}{٧} \times \frac{٣}{٤} = \frac{٢ \times ٣}{٧ \times ٤} = \frac{٦}{٢٨} = \frac{٣}{١٤}$

(ب) $\frac{١}{٢} \times \frac{٢}{٣} = \frac{١ \times ٢}{٢ \times ٣} = \frac{٢}{٦} = \frac{١}{٣}$

مثـــــال : أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية

(أ) $\frac{|-٣|}{٥} \times \frac{-٦}{١١}$　　(ب) $\frac{-٤}{٥} \times \frac{-٦}{٧}$

الحــــــل

(أ) $\frac{٣}{٥} \times \frac{-٦}{١١} = \frac{٣ \times -٦}{٥ \times ١١} = \frac{-١٨}{٥٥}$

(ب) $\frac{-٤}{٥} \times \frac{-٦}{٧} = \frac{-٤ \times -٦}{٥ \times ٧} = \frac{٢٤}{٣٥}$

مثـــــال : أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية (أ) $١\frac{٣}{٥} \times ٢\frac{١}{٣}$ (ب) $\frac{٣}{٥} \times \frac{٧}{٢} \times \frac{١}{٤}$

الحـــــل

(أ) $١\frac{٣}{٥} \times ٢\frac{١}{٣} = \frac{٨}{٥} \times \frac{٧}{٣} = \frac{٨ \times ٧}{٥ \times ٣} = \frac{٥٦}{١٥}$

(ب) $\frac{٣}{٥} \times \frac{٧}{٢} \times \frac{١}{٤} = \frac{٣ \times ٧ \times ١}{٥ \times ٢ \times ٤} = \frac{٢١}{٤٠}$

خواص عملية ضرب الاعداد النسبية

(١) خاصية الاغلاق : حاصل ضرب أى عددين نسبيين عدد نسبى

(٢) خاصية الابدال : أ × ب = ب × أ [عملية ضرب الاعداد النسبية عملية إبدالية]

(٣) خاصية المحايد الضربى : الواحد هو العنصر المحايد الضربى فى ن

أ × ١ = ١ × أ = أ

(٤) خاصية الدمج : [عملية ضرب الاعداد النسبية عملية دامجة]

أ × ب × جـ = (أ × ب) × جـ = أ × (ب × جـ)

(٥) خاصية المعكوس الضربى :-

لكل عدد نسبى (عدا الصفر) معكوس ضربى

العدد $\frac{٣}{٥}$ معكوسه الضربى $\frac{٥}{٣}$ ، العدد $١\frac{٣}{٥} = \frac{٨}{٥}$ معكوسه الضربى $\frac{٥}{٨}$

لاحظ أن :- الصفر ليس له معكوس ضربى

مثـــــال : أوجد ناتج العمليات الاتية (أ) $(\frac{١}{٢} + \frac{١}{٥}) \times \frac{٥}{٧}$ (ب) $(\frac{٣}{٨} + \frac{١}{٢}) \times (\frac{١}{٩} - \frac{٣}{٥})$

الحـــــل

(أ) $(\frac{١}{٢} + \frac{١}{٥}) \times \frac{٥}{٧} = \frac{٥ + ٢}{٢ \times ٥} \times \frac{٥}{٧} = \frac{٧}{١٠} \times \frac{٥}{٧} = \frac{٧ \times ٥}{١٠ \times ٧} = \frac{١}{٢}$

(ب) $(\frac{٣}{٨} + \frac{١}{٢}) \times (\frac{١}{٩} - \frac{٣}{٥}) = \frac{٨ + ٦}{٨ \times ٢} \times \frac{٥ + ٢٧}{٩ \times ٥} = \frac{١٤}{١٦} \times \frac{٣٢}{٤٥} = \frac{٢٨}{٤٥}$

مثـــــال : أوجد ناتج العمليات الاتية

(أ) $(\frac{٣}{٢} + \frac{٢}{٣}) \times \frac{٦}{١٣}$ (ب) $\frac{-٤}{٥} \times (\frac{٦}{٧} - \frac{-١}{٧})$

الحـــــل

(أ) $\frac{٩ + ٤}{٢ \times ٣} \times \frac{٦}{١٣} = \frac{١٣}{٦} \times \frac{٦}{١٣} = ١$ (معكوس ضربى)

(ب) $\frac{-٤}{٥} \times \frac{٦ - (-١)}{٧} = \frac{-٤}{٥} \times \frac{٧}{٧} = \frac{-٤}{٥} \times ١ = \frac{-٤}{٥}$ (محايد ضربى)

---

(٦) خاصية التوزيع : إذا كان أ ، ب ، جـ أعداد نسبية فإن :

أ × ب + أ × جـ = أ (ب + جـ)

مثـــــال : أوجد ناتج العمليات الاتية

(أ) $\frac{٤}{٥} \times ٢ + \frac{٤}{٥} \times ٣$ (ب) $\frac{٥}{٧} \times ٤ + \frac{٥}{٧} \times ٣$

الحـــــل

(أ) $\frac{٤}{٥} \times (٢ + ٣) = \frac{٤}{٥} \times ٥ = ٤$ (خاصية التوزيع)

(ب) $\frac{٥}{٧} \times (٤ + ٣) = \frac{٥}{٧} \times ٧ = ٥$ (خاصية التوزيع)

مثـــــال : أوجد ناتج العمليات الاتية

(أ) $\frac{٥}{٨} \times ٩ + \frac{٥}{٨} \times ٧$ (ب) $\frac{١١}{١٠} \times ٥ + \frac{١١}{١٠} \times ١٤ + \frac{١١}{١٠}$

الحـــــل

(أ) $\frac{٥}{٨} \times (٩ + ٧) = \frac{٥}{٨} \times ١٦ = ١٠$

(ب) $\frac{١١}{١٠} \times (٥ + ٤ + ١) = \frac{١١}{١٠} \times ١٠ = ١١$

مثـــــال : أوجد ناتج العمليات الاتية

(أ) $\frac{٣}{٨} \times \frac{٤}{٧} + \frac{١}{٢} \times \frac{٤}{٧}$ (ب) $\frac{٦}{٥} \times \frac{٣}{٢} + \frac{٦}{٥} \times \frac{٢}{٣}$

الحـــــل

(أ) $\frac{٤}{٧} \times (\frac{٣}{٨} + \frac{١}{٢}) = \frac{٤}{٧} \times \frac{٦ + ٨}{٨ \times ٢} = \frac{٤}{٧} \times \frac{١٤}{١٦} = \frac{٤ \times ٢}{١٦} = \frac{١}{٢}$

(ب) $\frac{٦}{٥} \times (\frac{٣}{٢} + \frac{٢}{٣}) = \frac{٦}{٥} \times \frac{٩ + ٤}{٢ \times ٣} = \frac{٦}{٥} \times \frac{١٣}{٦} = \frac{١٣}{٥}$

تمارين على ضرب الاعداد النسبية

[١] أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية

(١) $\frac{١}{٢} \times \frac{٣}{٥}$

(٢) $\frac{١}{٥} \times \frac{٣}{٤}$

(٣) $\frac{٣}{٢} \times \frac{٣}{٧}$

(٤) $\frac{٣}{٥} \times ١$

(٥) $\frac{١}{٧} \times ٢$

(٦) $\frac{٣}{٤} \times ٣$

(٧) $٣\,\frac{١}{٢} \times ٢\,\frac{١}{٣}$

(٨) $١\,\frac{١}{٤} \times ٢\,\frac{١}{٥}$

(٩) $١\,\frac{٣}{٤} \times ١\,\frac{٣}{٥}$

(١٠) $\frac{٣}{٧} \times (\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٣})$

(١١) $(\frac{١}{٢} + \frac{١}{٥}) \times (\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣})$

(١٢) $٢\frac{١}{٢} \times (\frac{٢}{٥} + \frac{١}{٣})$

(١٢) $(|\frac{١}{٦} - | - \frac{١}{٥}) \times (\frac{٣}{٢} + \frac{٤}{٣})$

[٢] أستخدام خاصية التوزيع فى تسهيل أيجاد قيمة كلا من المقادير الاتية

(١) $٣ \times \frac{٩}{٥} - ٨ \times \frac{٣}{٥}$

(٢) $٤ \times \frac{٧}{٦} + ٢ \times \frac{٥}{٦}$

(٣) $١٥ \times \frac{٨}{١٧} + ٢ \times \frac{٥}{١٧}$

(٤) $١٣ \times \frac{١}{١٥} + ٢ \times \frac{١١}{١٥}$

(٥) $٥ \times \frac{١١}{١٢} + ٧ \times \frac{٥}{١٢}$

(٦) $٣٣ \times \frac{١}{١٣} + ٦ \times \frac{١٠}{١٣}$

(٧) $\frac{٥}{٧} - ٣ \times \frac{٥}{٧} + ٥ \times \frac{٥}{٧}$

(٨) $٣ \times \frac{٢}{٧} - ٨ \times \frac{٢}{٧} + ٢ \times \frac{٢}{٧}$

(٩) $٢ \times \frac{١١}{١٥} + ٨ \times \frac{١١}{١٥} + ٥ \times \frac{١١}{١٥}$

(١٠) $٣ \times \frac{١٢}{١٧} + ٩ \times \frac{١٢}{١٧} + \frac{١٢}{١٧} ٥ \times$

(١١) $١٠ \times \frac{١٣}{١٩} + ٤ \times \frac{١٣}{١٩} + ٥ \times \frac{١٣}{١٩}$

(١٢) $٤ \times \frac{١٥}{١١} - ٦ \times \frac{١٥}{١١} + ٩ \times \frac{١٥}{١١}$

قسمة الاعداد النسبية

عند قسمة عددين نسبيين :

$$\frac{أ}{ب} \div \frac{جـ}{ء} = \frac{أ}{ب} \times \frac{ء}{جـ} = \frac{أ \times ء}{ب \times جـ}$$

مثـــال : أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية   (أ) $\frac{٢}{٧} \div \frac{٤}{٣}$ (ب) $\frac{٤}{٩} \div \frac{٢}{٣}$

الحـــل

(أ) $\frac{٢}{٧} \div \frac{٤}{٣} = \frac{٢}{٧} \times \frac{٣}{٤} = \frac{٢ \times ٣}{٧ \times ٤} = \frac{٦}{٢٨} = \frac{٣}{١٤}$

(ب) $\frac{٤}{٩} \div \frac{٢}{٣} = \frac{٤}{٩} \times \frac{٣}{٢} = \frac{٤ \times ٣}{٩ \times ٢} = \frac{١٢}{١٨} = \frac{٢}{٣}$

مثـــال : أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية   (أ) $\frac{|-٣|}{٥} \div \frac{٩}{١٠}$ (ب) $\frac{-٤}{٥} \div \frac{-٦}{٧}$

الحـــل

(أ) $\frac{٣}{٥} \div \frac{٩}{١٠} = \frac{٣}{٥} \times \frac{١٠}{٩} = \frac{٣ \times ١٠}{٥ \times ٩} = \frac{٢}{٣}$

(ب) $\frac{-٤}{٥} \div \frac{-٦}{٧} = \frac{-٤}{٥} \times \frac{-٧}{٦} = \frac{-٤ \times -٧}{٥ \times ٦} = \frac{٢٨}{٣٠} = \frac{١٤}{١٥}$

مثـــال : أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية   (أ) $١\frac{٤}{٥} \div ٣\frac{١}{٣}$ (ب) $(\frac{١}{٢} + \frac{١}{٣}) \div \frac{١}{٤}$

الحـــل

(أ) $١\frac{٤}{٥} \div ٣\frac{١}{٣} = \frac{٩}{٥} \div \frac{١٠}{٣} = \frac{٩}{٥} \times \frac{٣}{١٠} = \frac{٩ \times ٣}{٥ \times ١٠} = \frac{٢٧}{٥٠}$

(ب) $(\frac{٣ + ٢}{٢ \times ٣}) \div \frac{١}{٤} = \frac{٥}{٦} \times ٤ = \frac{٥ \times ٤}{٦} = \frac{١٠}{٣}$

مثـــال : أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية   (أ) $١\frac{٥}{٦} \div ٢\frac{١}{٥}$ (ب) $\frac{٣}{٥} \div (\frac{٢}{٧} + \frac{٤}{٧})$

الحـــل

(أ) $١\frac{٥}{٦} \div ٢\frac{١}{٥} = \frac{١١}{٦} \div \frac{١١}{٥} = \frac{١١}{٦} \times \frac{٥}{١١} = \frac{٥}{٦}$

(ب) $\frac{٣}{٥} \div \frac{٦}{٧} = \frac{٣}{٥} \times \frac{٧}{٦} = \frac{٣ \times ٧}{٥ \times ٦} = \frac{٢١}{٣٠} = \frac{٧}{١٠}$

تمارين على عملية القسمة

[١] أوجد ناتج كلا من العمليات الاتية

(١) $\frac{٣}{٥} \div \frac{١}{٢}$　　(٤) $١ \div \frac{٣}{٥}$　　(٧) $٢\frac{١}{٣} \div ٣\frac{١}{٢}$

(٢) $\frac{٣}{٤} \div \frac{١}{٥}$　　(٥) $٢ \div \frac{١}{٧}$　　(٨) $٢\frac{١}{٥} \div ١\frac{١}{٤}$

(٣) $\frac{٣}{٧} \div \frac{٣}{٢}$　　(٦) $-٢ \div \frac{٣}{٤}$　　(٩) $٢\frac{٣}{٥} \div \frac{٣}{٤}$

(١٠) $\left(\frac{١}{٣} + \frac{١}{٥}\right) \div \frac{١}{٩}$　　(١١) $\left(\frac{١}{٢} - \frac{١}{٥}\right) \div \frac{١}{٣}$

(١٢) $\left(\frac{١}{٣} + \frac{١}{٢}\right) \div \left(\frac{١}{٥} + \frac{١}{٢}\right)$　　(١٣) $\left(\frac{١}{٣} + \frac{١}{٢}\right) \div ٢\frac{٢}{٥}$

(١٤) $\left(\frac{٤}{٣} + \frac{٣}{٢}\right) \div \left(\frac{١}{٥} - \frac{١}{٦}\right)$　　(١٥) $\left(\frac{٤}{٥} - \frac{٣}{٢}\right) \div \left(\frac{١}{٩} - \frac{٣}{٥}\right)$

(١٦) $\left(\frac{٥}{٣} - \frac{١}{٥}\right) \div \left(\frac{١}{٢} + \frac{١}{٩}\right)$　　(١٧) $٣\frac{١}{٣} \div \left(\frac{٣}{٥} + \frac{١}{٤}\right)$

تمارين عامة على الوحدة

[١] إذا كان س = $\frac{١}{٢}$ ، ص = $\frac{٢}{٣}$ ، ع = $\frac{١}{٥}$ أوجد قيمة كلا من المقادير الاتية

(١) س + ص + ع　　(٢) س + ص – ع　　(٣) س – ص + ع

(٤) س ص ع　　(٥) س ص + ع　　(٦) س + ص ع

(٧) س ع + ص　　(٨) س (ص + ع)　　(٩) ص (س + ع)

(١٠) س ÷ (س+ص)　　(١١) $\frac{\text{س}}{\text{ص ع}}$　　(١٢) $\frac{\text{ص}}{\text{س ع}}$

[٢] أكمل العبارات الاتية

(١) المعكوس الجمعى للعدد $\frac{٣}{٥}$ هو ....

(٢) المعكوس الضربى للعدد $\frac{-٤}{٧}$ هو ....

(٣) $\frac{٣}{٥}$ × .... = ١ (٤) $\frac{٥}{٧}$ × .... = ١

(٥) $\frac{٣}{٥}$ + (..........) = صفر (٦) $\frac{-٥}{٧}$ + (..........) = صفر

(٧) ...... هو العنصر المحايد الجمعى فى ن بينما ...... هو المحايد الضربى فى ن

(٨) إذا كان العدد $\frac{١}{٥}$ ٢ هو المعكوس الضربى للعدد م فإن : م = ...

(٩) إذا كان م × ب = ١ فإن : العدد ب يكون معكوس .... للعدد م

مذكرة

الجبر

الوحدة الثانية : المقادير الجبرية

الصف الأول الإعدادى

الفصل الدراسي الأول ٢٠٢٠

الحدود والمقادير الجبرية

الحد الجبرى : هو ما تكون من حاصل ضرب عاملين أو أكثر

الحد س= ١ × س مكون من عاملين ١ عامل عددى ، س عامل جبرى أو رمزى

الحد ٣س^{٢} = ٣ × س × س مكون من ثلاث عومل

٣(عامل عددى) ، س عامل جبرى ، س عامل جبرى

درجة الحد الجبرى : هى مجموع أسس عوامله الجبرية

الحد (٧) من الدرجة الصفرية لانه يُعتبر ٧ س^{صفر} = ٧ × ١ = ٧

الحد (٧س) من الدرجة الاولى لان أس العامل الجبرى يساوى واحد

الحد (٣س^{٢}) من الدرجة الثانية لان أس العامل الجبرى يساوى أثنان

الحد (٥ س ص) من الدرجة الثانية لان مجموع أسس العوامل الرمزية ١+ ١=٢

الحد (٥ س^{٣}) من الدرجة الثالثة لان أس العامل الجبرى يساوى ثلاثة

الحد (٥ س^{٢} ص) من الدرجة الثالثة لان مجموع أسس العوامل الرمزية ٢+١=٣

المقدار الجبرى :- هو ما تكون من حد أو أكثر

مثل: ٣س + ٤ يسمى مقدار جبرى مكون من حدين

س^{٢} – ٣ س + ٥ يسمى مقدار جبرى مكون من ثلاث حدود

درجة المقدار الجبرى :- هى أعلى درجة للحدود المكونة له

المقدار: ٥س + ٣ من الدرجة الأولى [لانه مكون من حدين الاول من الدرجة الاولى والثانى من الدرجة الصفرية] فتكون المقدارتبعا لدرجة الحد الاكبرهى الدرجة الاولى

المقدار: س^{٢}+ ٥س + ٣ من الدرجة الثانية [لانه مكون من ثلاث حدود الاول من الدرجة الثانية والثانى من الدرجة الاولى والثالث من الدرجة الصفرية] فتكون المقدار تبعا لدرجة الحد الاكبر هى الدرجة الثانية

مثـــال : رتب المقدار ٥ م + $م^٣$ – ٣ $م^٢$ + ٧ حسب أسس م التنازلية

الحــــــل

الترتيب هو $م^٣$ – ٣ $م^٢$ + ٥ م + ٧

مثـــال : رتب المقدار ٥ س + $س^٣$ – ٣ $س^٢$ + $س^٤$ + ٧ حسب أس س التصاعدية

الحــــــل

الترتيب : ٧ + ٥ س – ٣ $س^٢$ + $س^٣$ + $س^٤$

مثـــال : رتب المقدار ٧ ب جـ + ٣ $ب^٥$ $جـ^٣$ – ٥ $ب^٢$ $جـ^٥$ حسب أس ب التنازلية

الحــــل

الترتيب هو ٣ $ب^٥$ $جـ^٣$ – ٥ $ب^٢$ $جـ^٥$ + ٧ ب جـ

جمع وطرح الحدود الجبرية المتشابهة

الحدود الجبرية المتشابهة

تتشابه الحدود إذا تشابهت الرموز الجبرية المكونة لها وتساوت فيها أسس هذه الرموز

الحدان ٣ م ، ٤ م يعتبران حدان متشابهان لانهما لهما نفس العامل الجبرى ونفس الدرجة

الحدان ٣ م ، ٤ب حدود جبرية غير متشابهة لاختلافهما فى الرموز الجبرية

الحدان $ب^٣$ ، $ب^٢$ حدود جبرية غير متشابهة لاختلافهما فى الدرجة رغم تشابه الرمز

جمع وطرح الحدود الجبرية المتشابهة

عند جمع أو طرح الحدود الجبرية المتشابهة فأننا نجمع أو نطرح معاملات الحدود أما العوامل الجبرية (الرموز) تظل كما هى

فمثلاً ٣س + ٤ س = ٧ س   ٥$س^٢$ + ٣$س^٢$ = ٨ $س^٢$

٧$س^٣$ – ٢$س^٣$ = ٥ $س^٣$ ٧هـ – ٣ هـ = ٤ هـ

أما ٣ س + ٤ ص لا يمكن جمعهما وكذلك ٧ب + ٢ $ب^٢$ لايمكن جمعهما

مثـــال : أختصر المقدار الجبرى الآتى إلى أبسط صورة

٩ م – ٤ ب – ٢ جـ ـ ٥ م + ب + ٣ جـ

الحـــل

المقدار = (٩ م – ٥ م) + (-٤ب + ب) + (-٢ جـ + ٣ جـ) = ٤ م – ٣ ب + جـ

مثـــال : أختصر المقدار الجبرى الاتى إلى أبسط صورة

٣س^{٢} ص + ٥ س ص^{٢} – س^{٢} ص + ٤ س ص^{٢}

الحـــل

المقدار = (٣س^{٢} ص – س^{٢} ص) + (٥ س ص^{٢} + ٤ س ص^{٢})

= ٢س^{٢} ص + ٩ س ص^{٢}

ضرب الحدود الجبرية

ملاحظات عند ضرب الحدود الجبرية

(١) قاعدة ضرب الاشارات

(+) × (+) = (+)   (+) × (–) = (–)

(–) × (–) = (+)   (–) × (+) = (–)

(٢) عند ضرب الاساسات المتحدة نجمع الاسس

س^{٢} × س^{٣} = س$^{٢+٣}$ = س^{٥} ،،   ٣ ص^{٤} × ٥ص = ١٥ ص$^{٤+١}$ = ١٥ص^{٥}

مثـــال : أجر عمليات الضرب الاتية

(١) ٣ س × ٥ ص = ١٥ س ص

(٢) ٣س × ٢س = ٦ س^{٢}

(٣) – ٣ س^{٢} × ٥ س^{٤} = – ١٥ س^{٦}

(٤) – ٢ س^{٣} ص × – ٣ س ص^{٢} = ٦ س^{٤} ص^{٣}

(٥) ٢س^{٣} × ٥ ص^{٢} = ١٠ س^{٣} ص^{٢}

(٦) ٢س ص^{٢} × ٣ س^{٢} ص^{٤} × ـ ٥ س ص = ـ ٣٠ س^{٤} ص^{٧}

(٧) ٢س^{٢} × س^{٣} + ٧س^{٥} = ٢س^{٥} + ٧س^{٥} = ٩س^{٥}

(٨) (أ ب^{٢} ـ ٣أب^{٢}) × ٢ أ^{٢} ب = ـ ٢ أ ب^{٢} × ٢ أ^{٢} ب = ـ ٤ أ^{٣} ب^{٣}

قسمة الحدود الجبرية

ملاحظات عند ضرب الحدود الجبرية

(١) قاعدة ضرب الاشارات

+ ÷ + = +   + ÷ ـ = ـ

ـ ÷ ـ = +   ـ ÷ + = ـ

(٢) عند قسمة الاساسات المتحدة نطرح الاسس

س^{٨} ÷ س^{٣} = س$^{٨-٣}$ = س^{٥} ،، ٣٠ ص^{٤} × ٥ ص = ٦ ص$^{٤-١}$ = ١٥ص^{٣}

مثـــال : أجر عمليات القسمة التالية

(١) ١٠س^{٥} ÷ ٢ س^{٣} = ٥ س$^{٥-٣}$ = ٥ س^{٢}

(٢) ـ ٢٠ س^{٣} ص^{٤} ÷ ٥ س ص = ـ ٤ س^{٢} ص^{٣}

(٣) ٣٠س ص^{٥} ÷ (ـ ٦ س^{٣} ص) = ـ ٥ س$^{-٢}$ ص^{٤}

(٤) ـ ٦ أ^{٥} ب^{٤} ÷ (ـ٣ أ ب^{٣}) = ٢ أ^{٤} ب

(٥) ٦ ب^{٢} ÷ ٣ ب^{٢} = ٢

(٦) ٥س ÷ ٥س = ١

(٧) ١٢س^{٥} ÷ ٣س^{٣} + ٢س^{٢} = ٤س^{٢} + ٢س^{٢} = ٦س^{٢}

(٨) (أ ب^{٢} ـ ٣أب^{٢}) ÷ ٢ أ ب = ـ ٢ أ ب^{٢} × ٢ أ ب = ـ ب

تمارين على ضرب حدين

[١] أجر عمليات الضرب الاتية

(١) ٥س^{٣} ص^{٤} × ٢ س ص^{٢} = ... (٢) ٥ أ ب^{٢} × - ٢ أ^{٢} ب = ...

(٣) – ٨ ص^{٥} × - ٧ ص^{٤} = ... (٤) -٧ ب^{٣} × ٤ ب = ...

[٢] أكمل

(١) ٣٦ م^{٥} ب^{٨} = ١٢ م^{٣} ب^{٢} × ....

(٢) ٩ م^{٥} = ٣ م × ....

(٣) -٤ جـ^{٣} ء^{٣} = ٢ جـ ء^{٢} × ....

(٤) ٢٤س^{٦} ص^{٤} = ـ ٣ س^{٢} ص^{٢} × ....

تمارين على قسمة حديين جبريين

[١] أجر عمليات القسمة التالية

(١) ٩ س^{٥} ص^{٤} ÷ ٦س^{٣} ص = ... (٢) ٨ م^{٤} ن^{٣} ÷ (-٤ م ن^{٢}) = ...

(٣) -٥٢ ب^{٣} × (-١٣ ب^{٢}) = ... (٤) -٣٢ أ^{٣} ب^{٦} ÷ (-٤ أ^{٣} ب^{٢}) = ...

[٢] أكمل العبارات الاتية

(١) ١٥ س^{٥} ÷ .... = ٥ س

(٢) ٢٠س^{٥} ص^{٣} ÷ .... = ٤ ص

(٣) ٣٠ س^{٥} ص^{٣} ÷ .... = ٥ س^{٣}

(٤) .... ÷ ٣ س ص^{٢} = ٢س ص^{٥}

(٥) ....÷ ٥ س^{٢} ص^{٣} = ٣ س^{٢}

(٦) .... ÷ ٦ س^{٢} ص^{٣} = ٥ ص

جمع المقادير الجبرية

جمع المقادير الجبرية لا يختلف عن جمع الحدود الجبرية وذلك بجمع الحدود الجبرية المتشابهة

مثــال أجمع : ٢س – ٥ ع + ٣ص ، ٤س +٢ ص + ٢ ع

الحــــــل

الطريقة الافقية = ٢س – ٥ ع + ٣ص + ٤س +٢ ص + ٢ع

= (٢س + ٤ س) + (٣ص + ٢ ص) + (-٥ ع + ٢ ع)

= ٦ س + ٥ ص – ٣ ع

الطريقة الرأسية

٢ س + ٣ ص – ٥ ع

+ ٤س + ٢ ص + ٢ ع

٦ س + ٥ ص – ٣ ع

مثــال أوجد ناتج جمع : ٣ س – ٢ ص + ٥ ، س + ٢ص – ٢

الحــــــل

النـاتج = ٣ س – ٢ ص + ٥ + س + ٢ص – ٢

= (٣ س + س) + (-٢ص +٢ ص) + (٥ – ٢)

= ٤ س + ٣

مثــال : أجمع ٣س^{٢} - ٤ س – ٢ ،، س^{٢} + س + ٦ ، ٢س^{٢} + ٣ س - ٥

الحــــــل

النـاتج = ٣س^{٢} - ٤ س – ٢ + س^{٢} + س + ٦ +٢س^{٢} + ٣ س - ٥

= (٣س^{٢} + س^{٢} + ٢س^{٢}) + (-٤ س + س+٣س) + (-٢ + ٦ -٥)

= ٦ س^{٢} - ١

طرح المقادير الجبرية

طرح المقادير الجبرية لا يختلف عن طرح الحدود الجبرية وذلك بطرح الحدود الجبرية المتشابهة

مثـــال : أطرح ٢س – ٥ ع + ٣ص من ٤س +٢ ص + ٣ ع من

الحــــــل

الطريقة الافقية = ٤س + ٢ ص + ٣ ع – (٢س – ٥ ع + ٣ ص)

= ٤س + ٢ ص + ٣ ع – ٢ س + ٥ ع – ٣ ص

= (٤س – ٢ س) + (٢ص – ٣ ص) + (٣ ع + ٥ ع)

= ٢ س – ص +٨ ع

الطريقة الرأسية　　المطروح منه　　٤ س + ٢ ص + ٣ ع

المطروح　　– ٢س + ٣ ص – ٥ ع　　تغير إشارة المطروح

(– – +)

الناتج　　٢ س – ص + ٨ ع

مثـــال : أطرح ٣ س – ٢ ص + ٥ من س + ٢ص – ٢

الحــــــل

المطروح منه　　س + ٢ ص – ٢

المطروح　　– ٣ س – ٢ ص + ٥

(– + –)

الناتج　　= – ٢ س + ٤ ص – ٧

مثـــال : من ٧س^{٢} + س + ٦ أطرح ٣س^{٢} - ٤ س – ٢

الحــــــل

المطروح منه　　٧ س^{٢} + س + ٦

المطروح　　– ٣س^{٢} – ٤ س – ٢

(– + +)

الناتج =　　٤ س^{٢} + ٥ س + ٨

مثـــال : ما زيادة ٣ س – ٢ ص + ٥ عن ٢ س + ٥ص – ٢

الحـــــل

المطروح منه   ٣س – ٢ ص + ٥

المطروح   –   ٢ س + ٥ ص – ٢

الناتج =   س – ٧ ص + ٧

مثـــال : ما نقص ٣س^{٢} - ٤ س – ٢ عن ٥س^{٢} + س + ٦

الحـــــل

المطروح منه   ٥ س^{٢} + س + ٦

المطروح   –   ٣س^{٢} – ٤ س – ٢

الناتج =   ٢ س^{٢} + ٥ س + ٨

مثـــال : ما نقص ٣ م^{٢} – ٢ م +٥ عن مجموع المقدارين ٤ م^{٢} – ٣ م +١ ، م^{٢} + ٧م – ٨

الحـــــل

مجموع المقدارين = ٤ م^{٢} – ٣ م + ١ + م^{٢} + ٧م – ٨

= (٤ م^{٢} + م^{٢}) + (- ٣م + ٧م) + (١ – ٨)

= ٥ م^{٢} + ٤ م – ٧

المطروح منه   ٥ م^{٢} + ٤ م – ٧

المطروح   –   ٣ م^{٢} – ٢ م + ٥

الناتج =   ٢ م^{٢} + ٦ م – ١٢

مثـــال : ما زيادة ٣س^{٢} – س عن – ٢س + ٥

الحـــــل

الزيادة = ٣س^{٢} – س – (– ٢س + ٥) = ٣س^{٢} – س + ٢س – ٥ = ٣س^{٢} + س – ٥

مثال أجمع : ٣ س^{٢} – ٢ س +٥ ، س^{٢} + ٢س – ٢ ثم أحسب قيمة الناتج عندما س=٣

الحل

الناتج = ٣ س^{٢} – ٢ س + ٥ + س^{٢} + ٢س – ٢

= (٣ س^{٢} + س^{٢}) + (-٢س +٢ س) + (٥ – ٢) = ٤ س^{٢} + ٣

عندما س = ٣　فإن المقدار = ٤ س^{٢} + ٣ = ٤(٣)^{٢} + ٣ = ٤×٩ + ٣ = ٣٩

مثال : ما زيادة:٢س^{٢} – ٣س – ١ عن٣س^{٢}+ ٤س + ٦ ثم أوجد الناتج عندما س = -٢

الحل

المطروح منه　٣ س^{٢} + ٤ س + ٦

المطروح　–　$\overset{-}{٢س^{٢}}$ $\overset{+}{–}$ ٣ س $\overset{+}{–}$ ١

الناتج　=　س^{٢} + ٧ س + ٧ = (-٢)^{٢} +٧(-٢) +٧ = -٣

تمارين على جمع وطرح المقادير

[١] أوجد ناتج جمع ..

(أ) ٢س + ٤ص　،　٤س + ٧ص

(ب) ٤ ٲ + ٥ب - ٣جـ　،　٦ ٲ + ب - ٤جـ

(جـ) ٣س^{٢} + ٦س +١١　،　٥س^{٢} - ٩س + ٤

(د) ٤ب - ٧جـ + ٨　،　٢جـ + ٥ب - ١٠

[٢] اطـــرح..

(أ) ٣س - ٢ص　من　٧س + ٤ ص

(ب) ٥ ٲ + ٤ب - ٦جـ　من　٧ ٲ + ٣ب - ٧جـ .

(جـ) ما زيادة المقدار ٤س + ٣ص + ٩ ع　عن ٢س - ٢ص + ٩ع

(د) ما نقص ٣جـ + ٦ د + ٥　عن ٧جـ - ٤د + ١١

ضرب حد جبرى فى مقدار جبرى

لضرب حد جبرى فى مقدار جبرى نضرب هذا الحد فى جميع حدود ذلك المقدار

مثـــال : أوجد ناتج ٢س (٣ س – ٥ ص)

الحـــــل

المقدار = ٢س (٣س – ٥ ص) = ٢س × ٣ س + ٢س × - ٥ ص = ٦س^{٢} – ١٠س ص

مثـــال : أوجد ناتج ٣ب (٥ ب – ٧ جـ)

الحـــــل

المقدار = ٣ب(٥ ب – ٧جـ) = ٣ ب × ٥ ب + ٣ب × - ٧جـ = ١٥ب^{٢} – ٢١ب جـ

مثـــال : أوجد ناتج ٢ أ ب (٣ أ + ٥ ب – ٤)

الحـــــل

المقدار = ٢ أ ب (٣ أ + ٥ ب – ٤)

= ٢ أب × ٣ أ + ٢ أب × ٥ ب + ٢ أب × -٤

= ٦ أ^{٢} ب + ١٠ أب^{٢} – ٨ أب

مثـــال : أختصر المقدار ٣ س (س - ٥) + ٢ (٤س + ٧)

ثم أوجد القيمة العددية للمقدار عندما س = ٢

الحـــــل

المقدار = ٣س × س + ٣ س × -٥ + ٢ × ٤س + ٢ × ٧

= ٣س^{٢} – ١٥ س + ٨ س + ١٤ = ٣س^{٢} – ٧ س + ١٤

عندما س = ٢ القيمة = ٣(٢)^{٢} – ٧ (٢) + ١٤ = ١٢ – ١٤ + ١٤ = ١٢

مثـــال : أوجد قيمة : س (٢س – ٥) ـ ٢(س ـ ٣) **عندما س = ـ٢**

الحـــــل

المقدار = ٢س^{٢} ـ ٥س ـ٢س + ٦ = ٢س^{٢} ـ ٧ س +٦

عندما س = ـ٢ القيمة = ٢(ـ٢)^{٢} ـ ٧(ـ٢) +٦ = ٢×٤ +١٤ +٦ = ٢٨

ضرب مقدار جبرى مكون من حدين فى مقدار جبرى مكون من حدين

لضرب مقدار جبرى فى مقدار جبرى أخر نضرب جميع حدود المقدار الأول فى جميع حدود المقدار الثانى

مثـــال : أوجد ناتج (٢س – ٣)(س + ٥)

الحـــــل

المقدار = ٢س (س + ٥) – ٣ (س + ٥)

= ٢س × س + ٢س × ٥ – ٣ × س – ٣ × ٥

= ٢س^{٢} + ١٠ س – ٣ س – ١٥ = ٢س^{٢} + ٧ س – ١٥

مثـــال : أوجد ناتج (٣س – ٤)(س – ٢)

الحـــــل

المقدار = ٣س (س – ٢) – ٤ (س – ٢)

= ٣س × س + ٣س × ٢- – ٤ × س – ٤ × ٢-

= ٣س^{٢} – ٦ س – ٤ س + ٨ = ٣س^{٢} – ١٠ س + ٨

مثـــال : أوجد ناتج (٣س + ٤)(٢س + ٥)

الحـــــل

يمكن الضرب بأستخدام الطريقة الرأسية

٣س + ٤

× ٢س + ٥

٦ س^{٢} + ٨ س

+١٥س + ٢٠

٦س^{٢} + ٢٣ س + ٢٠

مثـــال : أوجد ناتج (س + ٣)^{٢}

الحـــــل

المقدار = (س + ٣)^{٢} = (س + ٣)(س + ٣)

= س (س +٣) + ٣ (س + ٣)

= س^{٢} + ٣س + ٣ س + ٩ = س^{٢} + ٦س + ٩

لاحظ المقدار الناتج

الحد الأول فى الناتج = مربع الحد الأول فى المقدار داخل القوس

الحد الأوسط فى الناتج = ٢ × الحد الأول × الحد الثانى = ٢× س × ٣

الحد الثالث فى الناتج = مربع الحد الثانى فى المقدار داخل القوس ولهذا

مربع مقدار ذى حدين = مربع الاول ± ٢ × الأول × الثانى + مربع الثانى

مثال : أوجد ناتج (س + ٥)^{٢}

الحل

المقدار = (س)^{٢} + ٢ × س × ٥ + (٥)^{٢} = س^{٢} + ١٠ س + ٢٥

مثال : أوجد ناتج (٥س – ٣ ص)^{٢}

الحل

المقدار = (٥س)^{٢} – ٢ × ٥س × ٣ ص + (- ٣ص)^{٢}

= ٢٥ س^{٢} – ٣٠ س ص + ٩ ص^{٢}

مثال : أوجد ناتج (٣س + ٥)^{٢}

الحل

المقدار = (٣س)^{٢} + ٢ × ٣ س × ٥ + (٥)^{٢}

= ٩س^{٢} + ٣٠ س + ٢٥

مثال : أوجد ناتج (س^{٢} – ص^{٣})^{٢} ثم أوجد قيمة الناتج عند س= ٢ ، ص = –١

الحل

المقدار = (س^{٢})^{٢} – ٢ × س^{٢} × ص^{٣} + (–ص^{٣})^{٢}

= س^{٤} – ٢س^{٢}ص^{٣} + ص^{٦}

قيمة المقدار = (٢)^{٤} – ٢(٢)^{٢} (–١)^{٣} + (–١)^{٦} = ١٦ –٢×٤×–١ +١ = ٢٥

تمارين على مربع مقدار جبرى مكون من حدين

[١] أكمل ما يأتى

(١) (س + ٤)^{٢} = س^{٢} + ... +١٦

(٢) (س – ....)^{٢} = س^{٢} – .... + ٢٥

(٣) (س + ...)^{٢} = س^{٢} + ١٢ س + ...

(٤) (....... + ...)^{٢} = ٤س^{٢} + ... + ٩ ص^{٢}

(٥) (٣س + ...)^{٢} = ... + ٣٠ س ص + ...

(٦) (....... + ٦)^{٢} = ... + ٦٠ س + ...

نلاحظ : حاصل ضرب مجموع حدين × الفرق بينهما

فمثلاً: (س – ٣) (س + ٣)

= س (س + ٣) – ٣ (س + ٣)

= س^{٢} + ٣ س – ٣ س – ٩ = س^{٢} – ٩

لاحظ العلاقة بين حدود الناتج وحدود المقدارين

الحد الاول فى الناتج = مربع الحد الأول فى أياً من القوسين

الحد الثانى فى الناتج = - مربع الحد الثانى فى أيا من القوسين ولهذا

حاصل ضرب مجموع حدين × الفرق بينهما = مربع الأول – مربع الثانى

مثـــال : أوجد ناتج (س + ٥) (س – ٥)

الحـــــــل

المقدار = مربع الحد الأول – مربع الحد الثانى = (س)^{٢} – (٥)^{٢} = س^{٢} – ٢٥

مثـــال : أوجد ناتج (٣س – ٤)(٣ س + ٤)

الحـــــــل

المقدار = مربع الحد الأول – مربع الحد الثانى = (٣س)^{٢} – (٤)^{٢} = ٩ س^{٢} – ١٦

مثـــال : أوجد ناتج (٣ س + ٥)(٣س – ٥)

الحـــــــل

المقدار = (٣س)^{٢} – (٥)^{٢} = ٩ س^{٢} – ٢٥

مثـــال أوجد ناتج (٥ س + ٣ ص)(٥ س – ٣ ص)

الحـــــــل

المقدار = (٥س)^{٢} – (٣ ص)^{٢} = ٢٥ س^{٢} – ٩ ص^{٢}

مثـــال : أوجد ناتج (٣س – ١)(٣س + ١)

الحـــــــل

المقدار = (٣س)^{٢} – (١)^{٢} = ٩ س^{٢} – ١

مثـــال : أوجد القيمة العددية للمقدار ١٠١ × ٩٩ بدون الحاسبة

الحـــــــل

المقدار = (١٠٠ + ١) (١٠٠ – ١) = (١٠٠)^{٢} – (١)^{٢}

= ١٠٠٠٠ – ١ = ٩٩٩٩

مثـــال : أوجد القيمة العددية للمقدار ٩,٩٩ × ١٠,٠١ بدون الحاسبة

الحـــــــل

المقدار = (١٠ – ٠,٠١) (١٠+ ٠,٠١) = (١٠)^{٢} – (٠,٠١)^{٢}

= ١٠٠ – ٠,٠٠٠١ = ٩٩,٩٩٩٩

قسمة مقدار جبرى على حد جبرى

لقسمة مقدار جبرى على حد جبرى نقسم جميع حدود المقدار الجبرى على هذا الحد الجبرى

مثـــال : أقسم ٦س^{5} – ٩ س^{3} + ١٢س على ٣س

الحــــل

الناتج = $\frac{\text{٦س}^{5}}{\text{٣س}} - \frac{\text{٩س}^{3}}{\text{٣س}} + \frac{\text{١٢ س}}{\text{٣س}}$ = ٢ س^{4} – ٣ س^{2} + ٤

مثـــال : إقسم ١٦ م^{3} ب^{2} – ٢٤ م^{2} ب^{2} على ٤ م^{2} ب

الحــــل

الناتج = $\frac{\text{١٦ م}^{3}\text{ب}^{2}}{\text{٤ م}^{2}\text{ب}} - \frac{\text{٢٤ م}^{2}\text{ب}^{2}}{\text{٤ م}^{2}\text{ب}}$ = ٤ م ب – ٦ ب

مثـــال : إقسم: ١٨ س^{4} ص^{5} – ٤٢ س^{5} ص^{4} على – ٦ س^{2} ص^{2}

الحــــل

الناتج = $\frac{\text{١٨ س}^{4}\text{ص}^{5}}{\text{-٦ س}^{2}\text{ص}^{2}} - \frac{\text{٤٢ س}^{5}\text{ص}^{4}}{\text{-٦ س}^{2}\text{ص}^{2}}$ = - ٣ س^{2} ص^{3} + ٧ س^{3} ص^{2}

مثـــال : إقسم ٧٢ س^{7} + ٣٢ س^{5} – ٨ س^{3} على – ٨ س^{3}

الحــــل

الناتج = $\frac{\text{٧٢ س}^{7}}{\text{-٨ س}^{3}} + \frac{\text{٣٢س}^{5}}{\text{- ٨ س}^{3}} + \frac{\text{-٨ س}^{3}}{\text{- ٨ س}^{3}}$ = – ٩ س^{4} – ٤ س^{2} + ١

مثـــال : إقسم ٦٠ س^{6} – ٤٨ س^{9} – ١٢ س^{3} على – ١٢ س^{3}

ثم أوجد القيمة العددية للناتج عندما س = –١

الحــــل

الناتج = $\frac{\text{٦٠ س}^{6}}{\text{-١٢س}^{3}} - \frac{\text{٤٨س}^{9}}{\text{-١٢س}^{3}} - \frac{\text{١٢س}^{3}}{\text{– ١٢س}^{3}}$ = – ٥ س^{3} + ٤ س^{6} + ١

عندما س = –١ فإن الناتج = –٥(–١)^{3} + ٤(–١)^{6} + ١ = ٥ + ٤ + ١ = ١٠

التحليل بأخراج العامل المشترك

من خاصية توزيع الضرب على الجمع   ك س + ك ص = ك (س + ص)

يسمى ك   العامل المشترك الأعلى (ع . م . أ) بين حدى المقدار وما داخل الاقوسين

وهو ما يسمى بالعامل الاخر نحصل عليه بقسمة المقدار على العامل المشترك

مثـــال : حلل بإخراج العامل المشترك ٢س – ١٠

الحــــــل

المقدار = ٢ س – ٢ × ٥ = ٢ (س – ٥)

مثـــال : حلل بإخراج العامل المشترك ٦س + ٩

الحــــــل

المقدار = ٢ × ٣ س + ٣ × ٣ = ٣ (٢س + ٣)

مثـــال : حلل بإخراج العامل المشترك س^{٢} – ٣ س

الحــــــل

المقدار = س × س – ٣ × س = س (س – ٣)

مثـــال : حلل بإخراج العامل المشترك ٣س^{٢}ص^{٣} – ٩ س^{٣}ص^{٤} + ١٢ س^{٣}ص^{٢}

الحــــــل

المقدار = ٣س^{٢}ص^{٢} (ص – ٣ س ص^{٢} + ٤ س)

مثـــال : حلل بإخراج العامل المشترك ٣ أ (٤ أ + ٥ ب) – ٢ ب (٤ أ + ٥ ب)

الحــــــل

المقدار = (٤ أ + ٥ ب) (٣ أ – ٢ ب)

مثـــال : حلل بإخراج العامل المشترك (س + ٤) س^{٢} + (س ٤) ص^{٢}

الحـــــل

المقدار = (س + ٤)(س^{٢} + ص^{٢})

مثـــال :بأستخدام التحليل بأخراج العامل المشترك أوجد قيمة ٧٥ × ١٧ + ٢٥ × ١٧

الحـــــل

المقدار = ١٧ (٧٥ + ٢٥) = ١٧ × ١٠٠ = ١٧٠٠

مثـــال : بأستخدام التحليل بأخراج العامل المشترك أوجد قيمة ٧٥ × ٢٥ + (٢٥)^{٢}

الحـــــل

المقدار = ٧٥ × ٢٥ + ٢٥ × ٢٥ = ٢٥ (٧٥ + ٢٥) = ٢٥ ×١٠٠= ٢٥٠٠

مثـــال : بإستخدام التحليل بأخراج العامل المشترك أوجد قيمة
٥٥ × ٢٣ + ٢٣ × ٤٤ + ٢٣

الحـــــل

المقدار = ٢٣ (٥٥ + ٤٤ + ١) = ٢٣ × ١٠٠ = ٢٣٠٠

مثـــال : بأستخدام التحليل بأخراج العامل المشترك أوجد قيمة
٦٠× ٣٥ + ٤١ × ٣٥ ـ ٣٥

الحـــــل

المقدار = ٣٥ (٦٠ + ٤١ ـ ١) = ٣٥ × ١٠٠ = ٣٥٠٠

مثـــال : بأستخدام التحليل بأخراج العامل المشترك أوجد قيمة
٦ × ١٥^{٢} + ١٨ × ١٥ ـ ٨ × ١٥

الحـــــل

المقدار = ٦ × ١٥ × ١٥ + ١٨ × ١٥ ـ ٨ × ١٥

= ١٥ (٩٠ + ١٨ ـ ٨) = ١٥ × ١٠٠ = ١٥٠٠

مذكرة
الجبر
الوحدة الثالثة : الاحصاء
الصف الأول الاعدادى
الفصل الدراسي الأول- ٢٠٢٠

الاحصاء

قراءة البيانات و تفسيرها .

يتم عرض البيانات عن طريق :

(١) العرض الجدولى :

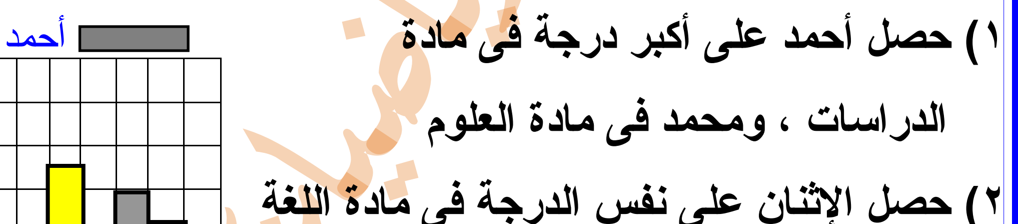
وهو تصنيف البيانات فى صورة جداول تسهل استخراج المعلومات و تحليلها .

(٢) العرض البيانى :

وفيه تستخدم الرسوم لعرض البيانات بما يعطى فكرة سريعة عن الظاهرة التى ندرسها
ومن طرق العرض البيانى : الأعمدة البيانية ، الخط المنكسر ، القطاعات الدائرية .

أولا : الأعمدة البيانية :

مثال : الشكل المقابل : يوضح الدرجات التى حصل عليها أحمد و محمد فى بعض المواد المختلفة فى نهاية العام . بالاستعانة بالشكل أكمل ما يأتى :



١) حصل أحمد على أكبر درجة فى مادة الدراسات ، ومحمد فى مادة العلوم

٢) حصل الإثنان على نفس الدرجة فى مادة اللغة العربية

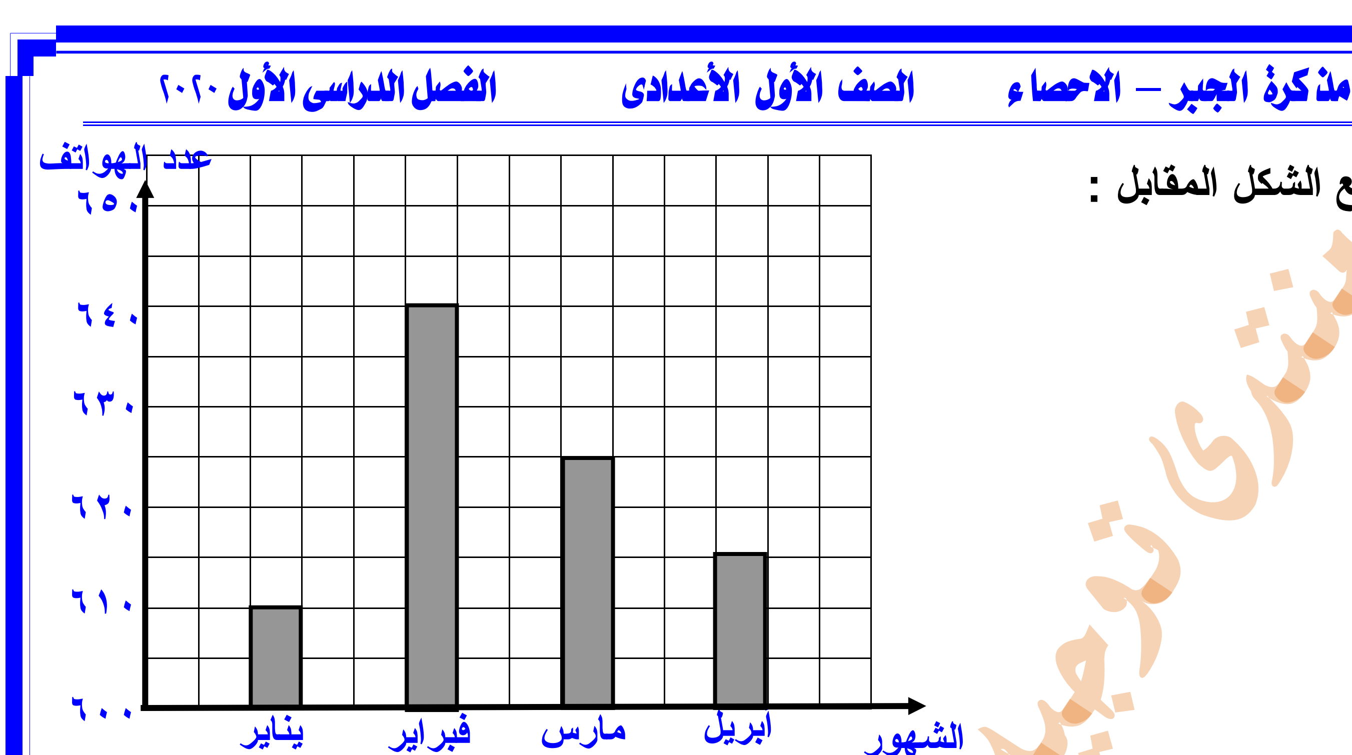
٣) يتفوق أحمد على محمد فى مادة العلوم

٤) الفرق بين درجتى أحمد و محمد فى الرياضيات (٥٠ ـ ٤٢ = ٨) هى ٨ درجات

٥) حصل أحمد على أكثر من ٥٠ درجة فى كل من اللغة الأجنبية ، العلوم

مثـــال : نظر البائع إلى الشكل البيانى الذى يوضح مبيعات أجهزة الهواتف المحمولة خلال الشهور الاربعة الأولى ، وقال " مبيعات الهواتف فى شهر فبراير أربعة أمثال ما بعته فى شهر يناير " اشرح هل توافق أم تعارض مع هذا البائع على قوله و أعط سبباً لذلك

تابع الشكل المقابل :



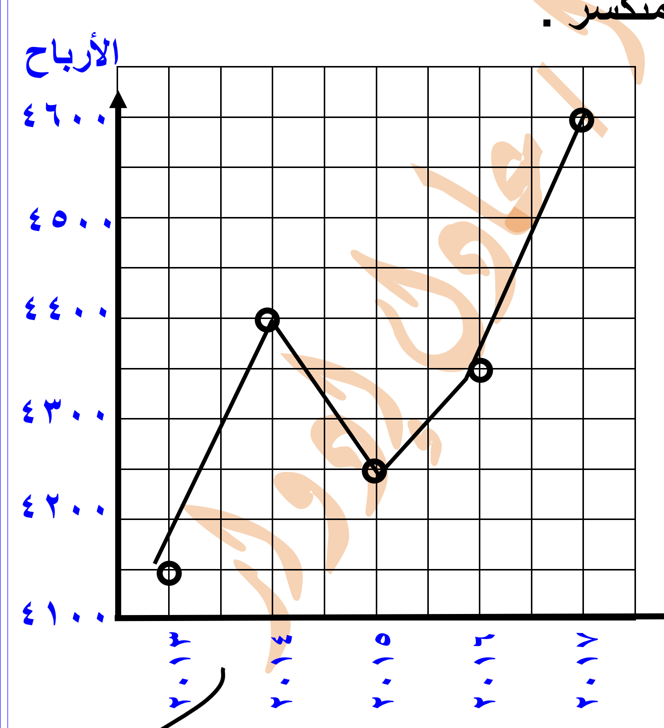
الحل : أربعة أمثال ما باعه فى شهر يناير = ٤ × ٦١٠ = ٢٤٤٠ هاتف
و هذا يتعارض مع ما باعه فى شهر فبراير .

ثانياً : الخط البيانى المنكسر :

مثال:الجدول التالى يمثل أرباح إحدى الشركات بالألف جنية فى خمسة أعوام من ٢٠١٣ إلى ٢٠١٧ :

العام	٢٠١٣	٢٠١٤	٢٠١٥	٢٠١٦	٢٠١٧
الأرباح بالألف جنية	٤١٥٠	٤٤٠٠	٤٢٥٠	٤٣٠٠	٤٦٠٠

أولا : مثل هذه البيانات باستخدام الخط البيانى المنكسر .



ملاحظات على الرسم :

أكمل كلاً مما يأتى باستخدام (تزايدت أ، تناقصت)

١) الأرباح تزايدت من عام ٢٠١٣ حتى عام ٢٠١٤

٢) الأرباح تناقصت من عام ٢٠١٤ حتى عام ٢٠١٥

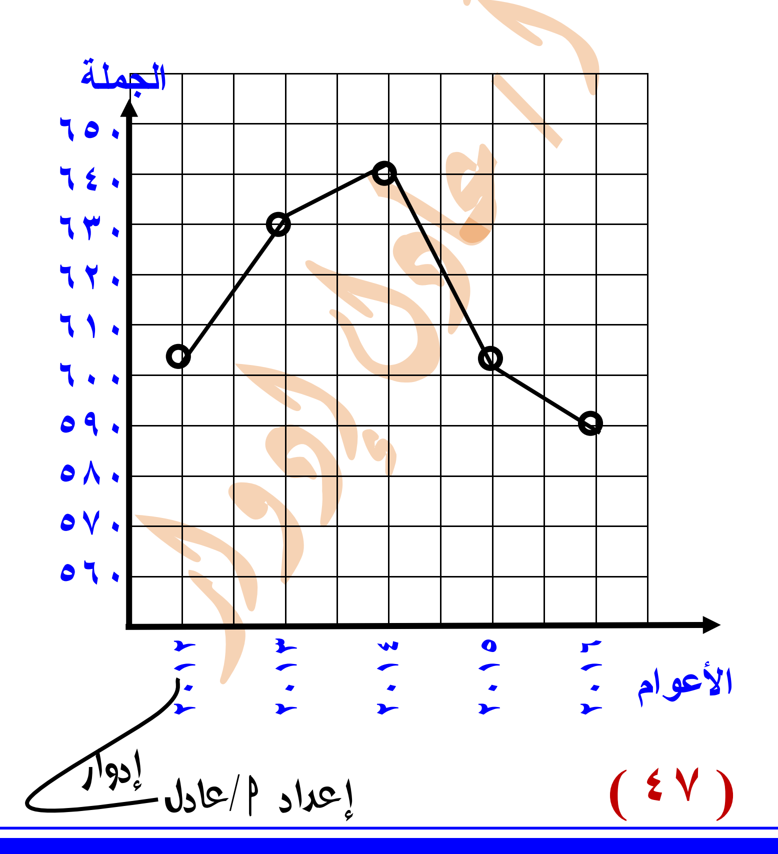
٣) الأرباح تزايدت من عام ٢٠١٦ حتى عام ٢٠١٧

مثـــــال : يوضح الجدول المقابل المساحات المزروعة محاصيل نيلية من عام ٢٠١٢ إلى ٢٠١٦ بالألف فدان . احسب جملة المساحات المزروعة محاصيل نيلية وارسم خطاً بيانياً منكسراً موضحاً علية عنواناً مناسباً ثم أكمل باستخدام (تزايدت أو تناقصت) للتعبير عن المحاصيل النيلية :

المساحات المزروعة محاصيل نيلية بالألف فدان					
البيان	٢٠١٢	٢٠١٣	٢٠١٤	٢٠١٥	٢٠١٦
أرز	–	–	–	١	٤
ذرة رفيعة	٧	٨	٨	٩	٤
ذرة شامية	٢٨١	٣٠٧	٣٠٧	٢٧٧	٢٤٦
بطاطس	٤٨	٤٥	٦٠	٤٦	٣٩
خُضر (١)	١٧٩	١٨٣	١٦٧	١٦٤	١٧٨
أخرى (٢)	٩١	٨٧	٩٨	١٠٩	١١٩
الجملة	٦٠٦	٦٣٠	٦٤٠	٦٠٦	٥٩٠

السنة	٢٠١٢	٢٠١٣	٢٠١٤	٢٠١٥	٢٠١٦
الجملة	٦٠٦	٦٣٠	٦٤٠	٦٠٦	٥٩٠

١) المساحة المزروعة تزايد من عام ٢٠١٢ إلى عام ٢٠١٣
٢) المساحة المزروعة تزايد من عام ٢٠١٣ إلى عام ٢٠١٤
٣) المساحة المزروعة تناقص من عام ٢٠١٤ إلى عام ٢٠١٥
٤) المساحة المزروعة تناقص من عام ٢٠١٥ إلى عام ٢٠١٦



ثالثا : القطاعات الدائرية :

القطاع الدائرى هو جزء من سطح دائرة محصور بين نصفى قطرين و قوس فيها ، و القطاعات الدائرية إحدى وسائل تمثيل البيانات و مقارنتها خاصة عندما تعطى البيانات فى صورة نسبة مئوية .

طريقة الرسم : ١- نرسم دائرة مركزها م بطول نصف قطر مناسب

٢- نرسم نصف قطر فى الدائرة ثم نرسم الزوايا المركزية التى حصلنا عليها

٣- نضع البيانات على الرسم ، مع وضع عنوان مناسب للشكل .

ملاحظة :

النسبة المئوية = $\frac{\text{العدد فى الجدول}}{\text{العدد الكلى}}$ × ١٠٠ ٪

قياس الزاوية المركزية = $\frac{\text{العدد فى الجدول}}{\text{العدد الكلى}}$ × ٣٦٠ °

مجموع الزوايا المتجمعة حول نقطة = ٣٦٠ °

مجموع النسب المئوية = ١٠٠ ٪

مثال: الجدول التالى يوضح عدد السائحين الذين زاروا مصر بالألف خلال عام ٢٠٠٦ :

الجنسية	أمريكيون	عرب	أوربيون	جنسيات أخرى
عدد السائحين	٣٤٠	١٩٢٢	٦٢٦٠	٥٦١

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية .

الحـــــل

عدد السائحين الكلى = ٩٠٨٣

قياس زاوية القطاع الدائرى لعدد السائحين الامريكيون = $\frac{٣٤٠}{٩٠٨٣}$ × ٣٦٠ ≈ ١٣,٥°

قياس زاوية القطاع الدائرى لعدد السائحين عرب = $\frac{١٩٢٢}{٩٠٨٣}$ × ٣٦٠ ≈ ٧٦°

قياس زاوية القطاع الدائرى لعدد السائحين أوربيون = $\frac{٦٢٦٠}{٩٠٨٣}$ × ٣٦٠ ≈ ٢٤٨°

قياس زاوية القطاع الدائرى لعدد السائحين جنسيات أخرى = $\frac{٥٦١}{٩٠٨٣}$ × ٣٦٠ ≈ ٢٢,٥°

مثـــال : الجدول التالى يوضح النسبة المئوية للأنشطة الرياضية المفضلة لتلاميذ إحدى المدارس

النشاط الرياضي	كرة قدم	كرة يد	كرة سلة	سباحة
النسبة المئوية	٪٤٠	٪٢٠	٪١٠	٪٣٠

١) مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية .
٢) إذا كان عدد تلاميذ المدرسة ٩٠٠ تلميذ .
فكم عدد التلاميذ الذين يفضضلون كرة السلة ؟

الحـــل

١) كرة القدم = $\frac{٤٠}{١٠٠} \times ٣٦٠° = ١٤٤°$

كرة يد = $\frac{٢٠}{١٠٠} \times ٣٦٠° = ٧٢°$

كرة سلة = $\frac{١٠}{١٠٠} \times ٣٦٠° = ٣٦°$

سباحة = $\frac{٣٠}{١٠٠} \times ٣٦٠° = ١٠٨°$

٢) عدد التلاميذ الذين يفضلون كرة السلة = $\frac{١٠}{١٠٠} \times ٩٠٠ = ٩٠$ تلميذا

تمارين على قراءة البيانات وتفسيرها

[١] الجدول التالى يوضح عدد ساعات المذاكرة الأسبوعية لفاطمة فى المواد المختلفة :

المادة	لغة عربية	لغة إنجليزية	رياضيات	علوم	دراسات
عدد ساعات المذاكرة	١٠	٧	٩	٨	٦

مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية .

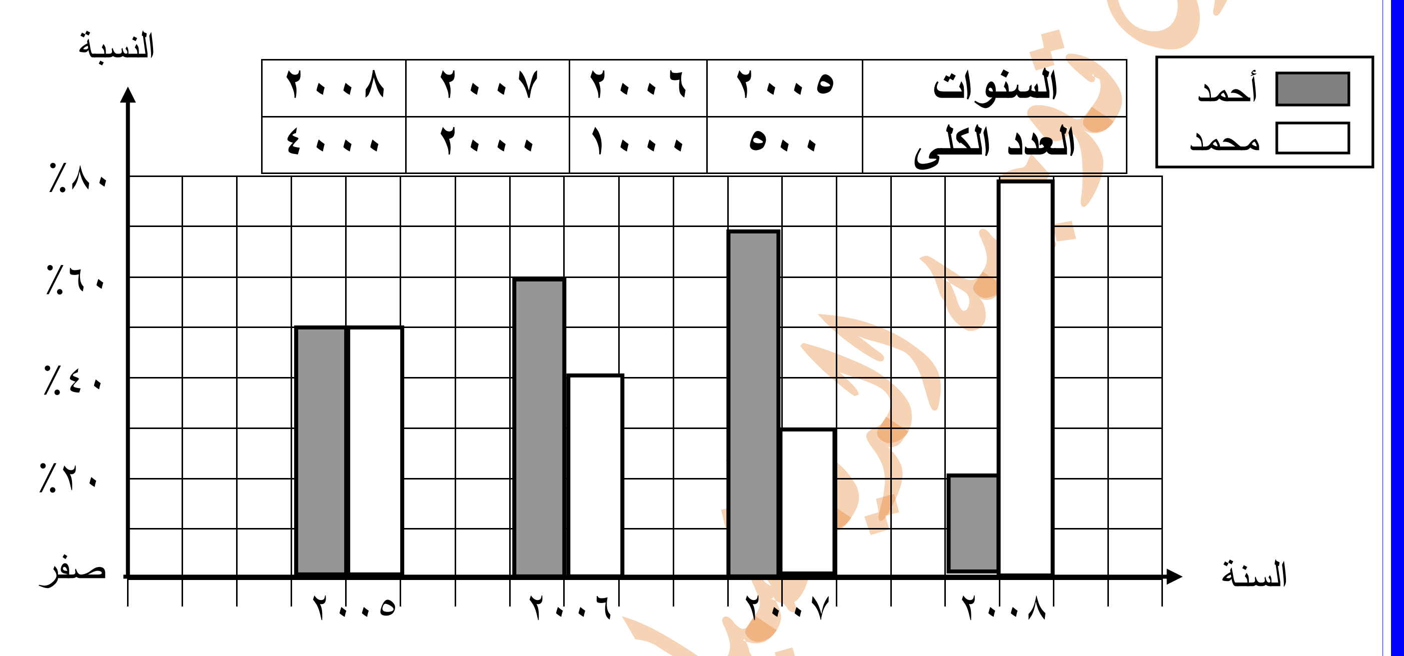
[٢] الجدول التالى يوضح النسبة المئوية للمكونات اللازمة لصناعة أحد أنواع الكيك :

المكّون	لبن	سكر	دقيق	زبد
النسبة المئوية	٪١٠	٪٢٥	٪٥٠	......

أكمـــــل الجدول ، ثم مثل تلك البيانات بالقطاعات الدائرية .

[٣] التمثيل البيانى بالأعمدة المزدوجة يمثل النسبة المئوية لالتحاق البنين فى مقابل النسبة المئوية لالتحاق البنات فى منظمة قومية للشباب ، الجدول يمثل الأعداد الإجمالية للملتحقين فى السنوات الأربع الأخيرة . كم عدد البنات الذين التحقوا بمنظمة الشباب فى عام ٢٠٠٧

(أ) ٣٠٠ (ب) ٦٠٠ (حـ) ٧٠٠ (د) ٨٠٠



السنوات	٢٠٠٥	٢٠٠٦	٢٠٠٧	٢٠٠٨
العدد الكلى	٥٠٠	١٠٠٠	٢٠٠٠	٤٠٠٠

[٤] الجدول التالى يبين درجات اسلام فى امتحان الرياضيات فى خمسة شهور :

الشهر	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	يناير
الدرجة	٣٠	٤٠	٣٥	٤٢	٥٠

ارسم ما سبق بالخط البيانى المنكسر موضحاً عليه عنواناً مناسباً ثم أكمل ما يأتى :

١) أقل درجات إسلام كانت فى شهر ....

٢) انخفض مستوى إسلام فى شهر .... عنه فى شهر ....

٣) حصل إسلام على أعلى درجاته فى شهر ....

٤) الفرق بين درجة إسلام فى شهر ديسمبر و أكتوبر ....

[٢] جمع البيانات و تنظيمها :

جمع البيانات :

يمكن اتخاذ قرار ما من خلال تجميع بيانات عن ظاهرة ما و تنظيم هذه البيانات

انواع البيانات :

١- البيانات الثانوية : وهى بيانات تم جمعها من مصادر مثل : الإنترنت - الوثائق - المراجع العلمية – النشرات الإحصائية

٢- البيانات التجريبية : يتم جمعها باستخدام التجارب لاختبار صحة نظرية ما

٣- البيانات الابتدائية : وهى البيانات يتم جمعها باستخدام كشوف الملاحظة أو الاستبيان

تعريف : (الاستبيان) :

هو أداة للحصول على ملاحظات الأشخاص عن أشياء أو أحداث لا يستطيع الباحث أن يلاحظها بنفسة و تتعلق بالأشخاص أنفسهم مثل :

(أرائهم فى موضوع معين أو قيمهم أو سلوكهم أو ٠٠٠٠٠)

ملاحظة : استمارة الاستبيان هى استمارة يقوم بتصميمها باحث متخصص و تتضمن :

١-بيانات عن الأشخاص الذين ستوزع عليهم الاستمارة .

٢-اسئلة مطلوب الاجابة عنها من الاشخاص وهى نوعان : أسئلة محددة – اسئلة مفتوحة

تنظيم البيانات (تفريغ البيانات) :

يتم تنظيم البيانات أو تفريغها عن طريق تسجيلها فى جداول تسمى جداول تكرارية و ذلك باستخدام العلامات الإحصائية التى تعتبر أبسط طرق تسجيل البيانات .

مثال : أمامك متوسط درجات الحرارة خلال أيام شهر نوفمبر الماضى (٣٠ يوما) فى إحدى محافظات مصر : و المطلوب عمل جدول تكرارى لتوزيع درجات الحرارة

٢٠	٢٤	٢٥	٢٤	٢٣	٢٢
٢٢	٢٤	٢٥	٢٣	٢٢	٢١
٢٣	٢٤	٢٣	٢٣	٢٣	٢٣
١٩	٢٠	٢٣	٢٤	٢٣	٢٢
٢١	٢٢	٢٣	٢٥	٢٢	٢٠

الحـــــــل

أصغر درجة حرارة = ١٩ ، أكبر درجة حرارة = ٢٥
الفرق بين أصغر و أكبر قيمة يُسمى (المدى) و هى ٦ درجات
نكون جدول العلامات الإحصائية :

درجات الحرارة	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥
العلامات	/	///	//	/ ////-	////- ////-	////-	///
التكرار	١	٣	٢	٦	١٠	٥	٣

بحذف الصف الذى يمثل العلامات نحصل على الجدول التكرارى كالآتى :

درجات الحرارة	١٩	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	المجموع
التكرار	١	٣	٢	٦	١٠	٥	٣	٣٠

ملاحظة : يمكن استنتاج أى معلومات من خلال الجدول

المصورات : يمكن استخدام بعض الأشكال (المصورات) كعلامات إحصائية .

مثـــــال : يوضح الجدول أعداد تلاميذ الصف السابع و الثامن فى إحدى المدارس :

مثل أعداد تلاميذ الصف الثامن بالمصورات .

الصف	أعداد التلاميذ
السابع	٦٠
الثامن	٥٥

الحــــــــل

الصف السابع	☺☺☺☺☺☺
الصف الثامن	☺☺☺☺☺ ◐

تمثيل البيانات.

من أنواع القياسات
النزعة المركزية مثل : المنوال – الوسيط – الوسط الحسابى (المتوسط الحسابى)

أولا المنوال..

المنوال لمجموعة من القيم هو القيمة الأكثر شيوعاً فى هذه القيم

أو هو القيمة الأكثر تكراراً أو انتشاراً من غيرها .

مثـــال : أوجد المنوال للقيم ٣ ، ٤ ، ٥ ، ٤

الحـــــل

المنوال = ٤

مثـــال : أوجد المنوال للقيم ٢ ، ٧ ، ٤ ، ٥ ، ٧ ، ٥ ، ٧

الحـــــل

المنوال = ٧

مثـــال : أوجد المنوال للقيم

١ ، ٥ ، ٣ ، ٤ ، ٧

الحـــــل

المنوال = لا يوجد

مثـــال : أوجد المنوال للقيم ٢ ، ٤ ، ٧ ، ٤ ، ١٠ ، ٧

الحـــــل

المنوال = ٤ ، ٧

مثال : أوجد المنوال لكل مما يأتى :

١) ٥ ، ٦ ، ٥ ، ٧ ، ٨ ، ٥ ، ٦   ٢) ١٢ ، ٧ ، ٧ ، ١٢ ، ٧ ، ٨

الحـــل

١) القيمة الأكثر شيوعاً (تكراراً) هى ٥

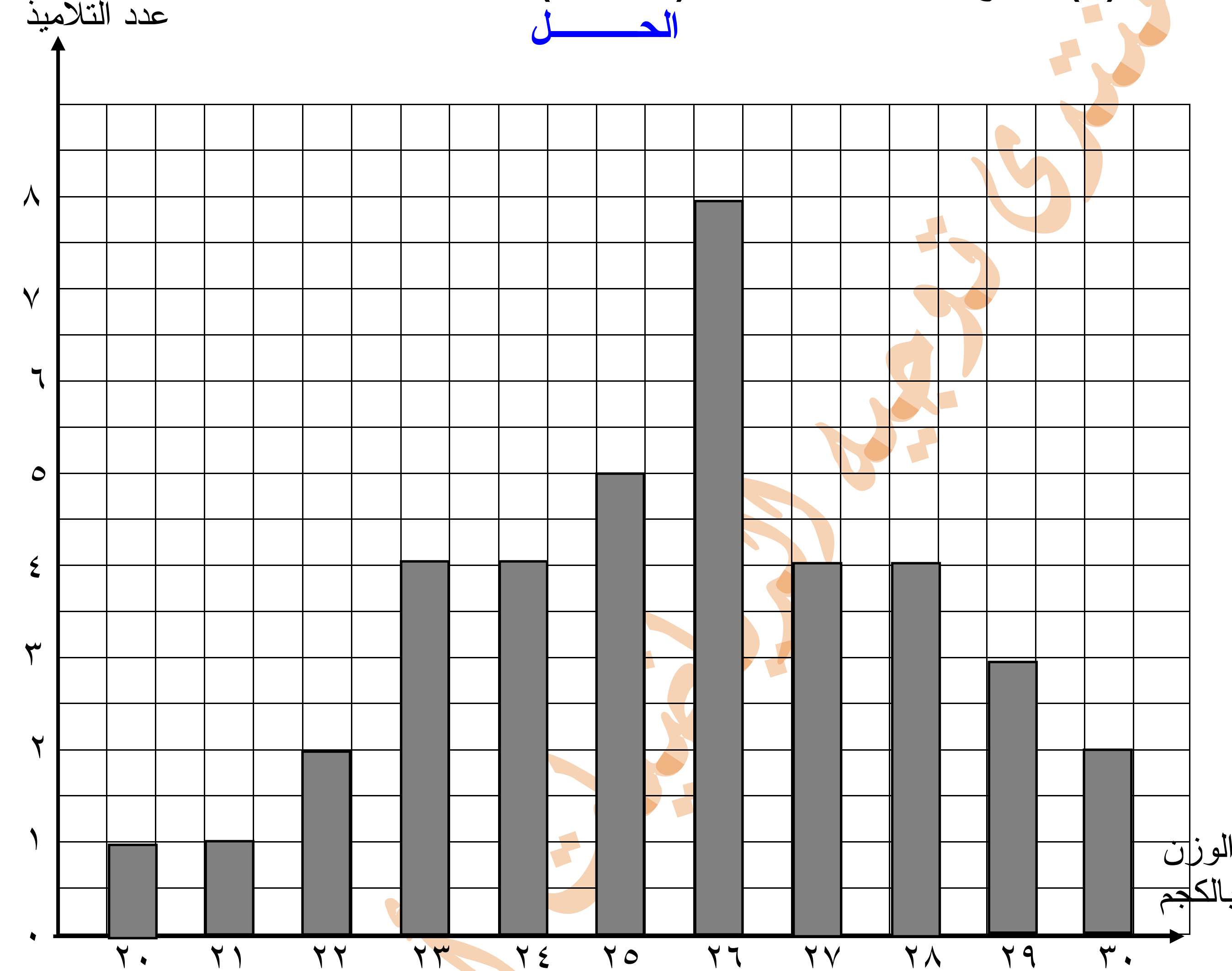
٢) القيمة الأكثر شيوعاً (تكراراً) هى ٧

مثـــــال : الجدول التكرارى التالى يوضح أوزان ٣٨ تلميذا فى المرحلة الابتدائية :

الوزن بالكيلو جرام	٢٠	٢١	٢٢	٢٣	٢٤	٢٥	٢٦	٢٧	٢٨	٢٩	٣٠	المجموع
عدد التلاميذ	١	١	٢	٤	٤	٥	٨	٤	٤	٣	٢	٣٨

(١) مثل البيانات السابقة بيانياً بالأعمدة .
(٢) وضح الوزن الأكثر تكرار (المنوال) لتلاميذ المرحلة الابتدائية .

الحـــــل



المنوال = ٢٦ كيلو جرام

تمارين على المنوال

(١) أوجد المنوال للقيم ١ ، ٧ ، ٤ ، ١١ ، ٤

(٢) أوجد المنوال للقيم ٢ ، ١٠ ، ٥ ، ٤ ، ١٠

(٣)أوجد المنوال للقيم ٢ ، ٢٠ ، ١٥ ، ٧ ، ٢٠ ، ٤ ، ١٥

(٤) أوجد المنوال للقيم ٢ ، ٢٠ ، ١٥ ، ١٠ ، ١٥ ، ٢٠ ، ١٥

(٥) أوجد المنوال للقيم ١ ، ١٠ ، ٢٥ ، ٤

ثانيا : الوسيط

تعريف : هو القيمة التى تقسم مجموعة من القيم إلى قسمين متساويين من حيث العدد بحيث يكون عدد القيم الأكبر من قيمة الوسيط مساوياً لعدد القيم الأصغر منها ، بعد ترتيب هذه القيم
تصاعدياً أو تنازلياً .

لايجاد الوسيط للقيم نتبع الآتى :

١-نرتب القيم تصاعديا أو تنازلياً ثم نحدد عدد القيم
٢-إذا كان عدد القيم فردى فإن : الوسيط هو القيمة التى تقع فى الوسط تماماً .
مثلا : إذا كانت القيم هى ٨ ، ٤ ، ٦ ، ١٠ ، ١١ فأن القيم بعد ترتيبها تصاعدياً (مثلا)
٣-تكون : ٤ ، ٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١١ فيكون الوسيط = ٨

٤-إذا كان عدد القيم زوجى فإن : الوسيط = $\frac{\text{مجموع القيمتين اللتين تقعان فى الوسط}}{٢}$

مثلا : إذا كانت القيم هى ٥ ، ١٠ ، ٩ ، ١٢ ، ٣ ، ٧ (عدد القيم زوجى)
الترتيب التصاعدى للقيم هى ٣ ، ٥ ، ٧ ، ٩ ، ١٠ ، ١٢

الوسيط = $\frac{٧ + ٩}{٢}$ = ٨

مثـــال : أوجد الوسيط للقيم ٣ ، ١١ ، ٦

الحــــل

الترتيب هو ٣ ، ٦ ، ١١   ∴ الوسيط هو ٦

مثـــال : أوجد الوسيط للقيم ٣ ، ١١ ، ٦ ، ٥ ، ١

الحــــل

الترتيب هو ١ ، ٣ ، ٥ ، ٦ ، ١١   ∴ الوسيط هو ٥

مثال : يوضح الجدول درجات ٤طلاب فى موادالرياضيات والكمياءوالفيزياء والتاريخ والاحياء

	الرياضيات	الكيمياء	الفيزياء	الأحياء	التاريخ
أحمد	١٥	٦	٣	٨	١١
هناء	٨	٧	٥	٩	١٣
محمود	١٢	١٣	٩	١٠	٧
ثريا	١٠	٨	٩	١٢	١٤

(١) رتب كل طالب على حدة .   (٢) اكتب الدرجة لكل طالب .

الحــــل

(١) ترتيب درجات أحمد هو : ٣ ، ٦ ، ٨ ، ١١ ، ١٥

ترتيب درجات هناء هو : ٥ ، ٧ ، ٨ ، ٩ ، ١٣

ترتيب درجات محمود هو : ٧ ، ٩ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٣

ترتيب درجات ثريا هو : ٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١٢ ، ١٤

(٢) الدرجة الوسيط لأحمد = ٨ ، الدرجة الوسيط لهناء = ٨

الدرجة الوسيط لمحمود = ١٠ ، الدرجة الوسيط لثريا = ١٠

مثـــال : أكمـل كلا مما يأتى :

(١) المنوال لمجموعة من القيم هو ...... [القيمة الأكثر تكرارا أو شيوعاً]

(٢) المنوال للقيم ٦ ، ٥ ، ٧ ، ٦ هو ...... [٦]

(٣) المنوال للقيم ٢ ، ٣ ، ٨ ، ٢ ، ٩ هو ...... [٢]

(٤) الوسيط لمجموعة القيم : ٦ ، ٥ ، ٩ ، ٨ هو ...... [٧]

(٥) الوسيط للقيم : ٣ ، ٧ ، ٢ ، ٩ ، ٥ ، ١١ هو ...... [٦]

(٦) الوسيط للقيم : ٦ ، ٢ ، ٥ ، ٤ ، ١ هو ...... [٤]

تمارين على الوسيط

(١) أوجد الوسيط للقيم ١ ، ٧ ، ٤ ، ١١ ، ٩

(٢) أوجد الوسيط للقيم ٢ ، ١٠ ، ٥

(٣)أوجد الوسيط للقيم ٢ ، ٢٠ ، ١٥ ، ٧ ، ١٠ ، ٤ ، ١٧

(٤) أوجد الوسيط للقيم ٢ ، ٢٠ ، ١٥ ، ١٠

(٥) أوجد الوسيط للقيم ١ ، ١٠ ، ٢٥ ، ٤

(٦) أوجد الوسيط للقيم ١ ، ١٥ ، ٢٠ ، ١٧ ، ٢٥ ، ٣

(٧) يوضح الجدول درجات ٤ طلاب فى خمس مواد

الدرجة	الرياضيات	الكيمياء	الفيزياء	التاريخ	احياء
سامى	١٥	٦	٣	٨	١١
نادية	٨	٧	٥	٩	١٣
محمد	١٢	١٣	٩	١٠	٧
شيماء	١٠	٨	٩	١٢	١٤

(أ) رتب درجات كل طالب على حدة

(ب) أكتب الدرجة الوسيطية لكل طالب

الوسط الحسابى

ثالثا : الوسط الحسابى : الوسط الحسابى لمجموعة من القيم = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}}$

مثـــال : أوجد الوسط الحسابى للقيم ٥ ، ١١

الحـــــل

الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{٥ + ١١}{٢} = \frac{١٦}{٢} = ٨$

مثـــال : أوجد الوسط الحسابى للقيم ٥ ، ١٠ ، ١٢

الحـــــل

الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{٥ + ١٠ + ١٢}{٣} = \frac{٢٧}{٣} = ٩$

مثـــال : أوجد الوسط الحسابى للقيم ٢ ، ٥ ، ١١ ، ١٥

الحـــــل

الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{٢+٥+١١+١٨}{٤} = \frac{٣٦}{٤} = ٩$

مثـــال : أوجد الوسط الحسابى للقيم ١ ، ٥ ، ٧ ، ١١ ، ١٦

الحـــــل

الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع القيم}}{\text{عددها}} = \frac{١+٥+٧+١١+١٦}{٥} = \frac{٤٠}{٥} = ٨$

مثـــال : إذا كانت درجات بعض التلاميذ فى أحد الاختبارات هى : ٢٠ ، ٢٥ ، ١٦ ، ١٥ ، ١٨ فاحسب الوسط الحسابى لهذه الدرجات (أو احسب متوسط الدرجات).

الحـــــل

الوسط الحسابى = $\frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عددالطلاب}} = \frac{٢٠ + ٢٥ + ١٦ + ١٥ + ١٨}{٥}$

$= \frac{١٠٤}{٥} = ٢٠,٨$ درجة

مثـــال : يوضح الجدول درجات ٤طلاب فى موادالرياضيات والكمياءوالفيزياء والتاريخ والاحياء

	الرياضيات	الكيمياء	الفيزياء	الأحياء	التاريخ
أحمد	١٥	٦	٣	٨	١١
فاطمة	٨	٧	٥	٩	١٣
محمد	١٢	١٣	٩	١٠	٧
مريم	١٠	٨	٩	١٢	١٤

احسب : (١) الوسط الحسابى لدرجات كل طالب .
(٢) الوسط الحسابى لدرجات الرياضيات .
(٣) ما المادة صاحبة أعلى وسط حسابى للدرجات .

الحـــــــل

(١) الوسط الحسابى لدرجات أحمد = $\frac{\text{مجموع الدرجات}}{\text{عدد المواد}} = \frac{١٥ + ٦ + ٣ + ٨ + ١١}{٥} = ٨,٦$

الوسط الحسابى لدرجات فاطمة = $\frac{٨ + ٧ + ٥ + ٩ + ١٣}{٥} = ٨,٤$

الوسط الحسابى لدرجات محمد = $\frac{١٢ + ١٣ + ٩ + ١٠ + ٧}{٥} = ١٠,٢$

الوسط الحسابى لدرجات مريم = $\frac{١٠ + ٨ + ٩ + ١٢ + ١٤}{٥} = ١٠,٦$

(٢) الوسط الحسابى لدرجات الرياصيات = $\frac{١٥ + ٨ + ١٢ + ١٠}{٤} = ١١,٢٥$

الوسط الحسابى لدرجات الفيزياء = ٦,٥

الوسط الحسابى لدرجات الكيمياء = ٨,٥

الوسط الحسابى لدرجات الأحياء = ٩,٧٥

الوسط الحسابى لدرجات التاريخ = ١١,٢٥

تتساوى مادتى الرياضيات و التاريخ فى أعلى وسط حسابى للدرجات .

تمارين على تمثيل البيانات

[١] اختر الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المعطاة :

(١) الوسط الحسابى للأعداد : ٣ ، صفر ، ٤ ، ٦ ، ٧ هو ..... [٤ ، ٥ ، ٦ ، ٧]

(٢) الوسيط للقيم : ٢ ، ٦ ، ١ ، ٨ ، ٤ ، ١٠ هو ..... [٤ ، ٥ ، ٦ ، ٨]

(٣) إذا كان ترتيب الوسيط لعدد من القيم الثالث فإن عدد هذه القيم هو .....
[٣ ، ٤ ، ٥ ، ٦]

(٤) الوسيط للقيم : ٨ ، ١٧ ، ٤ ، ٦ ، ١٠ هو ..... [٦ ، ٨ ، ١٠ ، ١١]

(٥) إذا كان المنوال للقيم :٢ ، ٥ ، س ، ٣ و ٢ فإن س = ... [٢ ، ٤ ، ٦ ، ٧]

(٦) المنوال للقيم : ٧ ، ٨ ، ٥ ، ٧ ، ٤ هو ..... [٨ ، ٧ ، ٥ ، ٤]

(٧) الوسط الحسابى للأعداد : ١٣ ، ١٢ ، ٩ ، ٦ ، ١٠ هو ..... [٨ ، ٩ ، ١٠ ، ١١]

(٨) من قياسات النزعة المركزية ..... ، ..... ، .....

[٢] الجدول التالى يوضح درجات الحرارة العظمى و الصغرى فى بعض محافظات مصر فى أحد الايام :

	القاهرة	الاسكندرية	بورسعيد	أسيوط	أسوان
العظمى	٣٥	٣٠	٣٢	٣٨	٤٠
الصغرى	٢٥	٢٠	٢٥	٢٥	٢٧

مثل هذه البيانات باستخدام الأعمدة البيانية ، ثم أكمل ما يأتى :

(١) أكبر درجة حرارة عظمى هى ..... فى محافظة .....

(٢) الفرق بين درجة الحرارة العظمى فى القاهرة و الاسكندرية .....

(٣) الفرق بين درجة الحرارة العظمى و الصغرى فى محافظة أسوان .....

(٤) درجة الحرارة الصغرى متساوية فى ..... ، ..... ، .....

[٣] أسرة إيرادها الشهرى ١٠٠٠ جنية تنفق منها ٢٥ ٪ فى المسكن ، ٥٠ ٪ فى المأكل ، ٢٠ ٪ فى متطلبات أخرى ، و توفر الباقى . مثل هذه البيانات بالقطاعات الدائرية ، و أوجد ما توفره الأسرة شهرياً .

[٤] الجدول التالى يبيين درجات محمد فى امتحان الرياضيات فى خمسة شهور :

الشهر	سبتمبر	أكتوبر	نوفمبر	ديسمبر	يناير
الدرجة	٣٠	٤٠	٣٥	٤٢	٥٠

(١) ارسم ما سبق بالخط البيانى المنكسر .

(٢) أوجد الفرق بين أكبر و أقل درجة حصل عليها محمد .